

Investment Opportunity Shifts, Funding Constraints, and Business Fluctuations*

Won Jun Nah[†]

Abstract This modelling research explores the potential effects on business fluctuations of exogenous shifts in investment opportunities under financial constraints. To this end, this paper newly defines, within the framework of two-sector model, the concepts of "level shock" and "variation shock" of investment opportunities, both inherent in the capital-good producing sector. These shifts are orthogonal to the typical total factor productivity shock in the consumption-good producing sector, in the sense that the former may drive changes in investment through substitutions between consumption and investment in the absence of the latter. Impulse-response analyses reveal that investment opportunity shifts are clearly distinct from the usual productivity shifts concerning the business cycle effects. Both the redistribution of wealth between savers and investors and the constraints on outside funding seem to play important roles in the propagation of investment opportunity shifts. Also it is found that the effects of the shifts are more amplified and to become more persistent when the asymmetry in investment opportunities among entrepreneurs are more severe.

Keywords Investment Opportunity, Financial Constraints, The Redistribution of Wealth, Total Factor Productivity Shock, Business Cycles

JEL Classification E22, E32, E37, E44

*This research was supported by Kyungpook National University Research Fund, 2014.

[†]Assistant Professor, School of Economics and Trade, Kyungpook National University, E-mail: wjnah@knu.ac.kr.

자금조달제약 하의 투자기회 변동과 경기순환*

나원준[†]

Abstract 이 모형연구는 투자기회의 외생적 변동이 자금조달제약과의 상호작용을 통해 경기순환과정에 잠재적으로 미칠 수 있는 영향을 조명한다. 이를 위해 자본재 생산과 관련된 투자기회의 수준 충격과 분산 충격을 2부문 모형의 틀 안에서 정의한다. 모형에 새롭게 반영된 투자기회 충격은 총요소생산성이 일정하더라도 소비의 투자로의 대체를 유발해 투자 변동을 야기하는 점에서 생산성충격에 대해 독립적이다. 충격반응분석 결과는 생산성충격과 투자기회 충격이 경기변동효과에 있어 뚜렷한 차이점이 있음을 시사한다. 투자기회 충격의 효과는 투자기회의 비대칭성이 클수록 증폭되고 그 지속성이 강화되는 것으로 나타났다. 또한 투자기회의 비대칭적 실현에 따른 저축자와 투자자 사이의 부의 재분배와 함께 금융마찰요인인 외부자금조달제약이 투자기회 충격의 파급에 있어 중요한 역할을 하는 것으로 분석되었다.

Keywords 투자기회, 자금조달제약, 부의 재분배 효과, 총요소생산성, 경기순환

JEL Classification E22, E32, E37, E44

*유익한 논평을 해주신 익명의 심사위원과 서울대학교 김영식 교수님께 감사드립니다. 이 논문은 2014학년도 경북대학교 학술연구비에 의하여 연구되었음

[†]경북대학교 경제통상학부 조교수, E-mail: wjnah@knu.ac.kr.

1. 서론

표준적인 1부문 신고전학과 경기순환모형에서 투자함수는 대표 경제 주체의 기간 간 최적화 조건으로부터 유도된다. 이 경우 투자는 총요소생산성(total factor productivity)이 변동할 때 균제상태로부터 이탈해 변동한다. 총요소생산성의 외생적 증가는 자본의 한계생산을 늘려주므로 투자의 기대한계편익이 증가하고 이에 따라 투자가 확대되는 것이다.

그런데 투자는 총요소생산성 외에 다른 외생적 요인에 의해서도 변동할 수 있다. 모형을 2부문으로 확장해 소비재 생산과 자본재 생산을 구분하면 소비재 생산함수의 총요소생산성과는 독립적인, 자본재 생산 부문에 고유한 투자 변동 요인을 고려할 수 있게 된다. 총요소생산성에 변화가 없더라도 보다 많거나 적은 자원을 투자, 즉 자본재 생산에 배분하도록 하는 자본재 부문 요인이 있다. 예를 들어 자본재 생산에만 쓰이는 원자재의 도입가격이 하락하거나 자본재 생산기술이 진전되면 수익성 있는 투자기회가 늘어나므로 더 많은 자원이 투자활동에 배분될 수 있다. 생산요소의 투입량이 동일함에도 불구하고 산출에 차이가 있을 때 그 차이는 일종의 잔차인 총요소생산성에 반영된다. 하지만 소비의 투자로의 대체를 통해 소비재 생산함수의 자본량에 변화가 발생하면 총요소생산성이 일정한 가운데 산출수준에 변동이 초래될 수 있다.

이러한 사실은 투자기술 변화(investment-specific technological change)의 효과를 분석한 선행 연구에서 이미 명확히 인식된 바 있다. Greenwood et al. (1988) 이후 Greenwood et al. (2000)을 포함하는 여러 문헌에서는 총요소생산성 충격과는 구분되는 투자기술 충격을 정의하고 이 충격의 경기변동에 대한 영향을 살펴보았다. 이를 통해 투자기술 개선은 자본재와 소비재의 상대가격에 영향을 미치며 일정한 조건 하에서는 충격이 발생한 이후 투자 및 산출의 증가가 소비의 투자로의 대체를 통해 유발될 수 있음이 규명되었다.

그렇다면 투자에 영향을 미치는 자본재 부문 요인으로서 투자기술 변화를 제외한 다른 요인을 고려할 수는 없을까? 기존의 투자기술 변화와 관련된 선행 연구는 대개 모형의 기본 구조가 대표 경제주체(the representative agent)를 가정하고 있어 경제주체들 사이의 이질성이 투자 변동에 미칠 수 있는 효과가 충분히 고려되기 어려운 점이 있었다. 순수한 투자기술 충격은 투자를 수행하는 기업가들 사이의 투자기회 상의 비대칭성이나 순자산 분포 상의 비대칭성을 전제하지 않더라도 정의될 수 있다. 하지만 실제로는 투자기술이 모든 기업가에게서 동일한 크기로 개선되거나 퇴보한다고

보기는 어렵다. 변화된 투자기술에의 접근성 자체도 개별 기업가들 사이에서 완전히 대칭적이라고 보기는 어려울 것이다.

현실의 경기순환에서는 경제주체들 사이에 수익성 있는 투자기회의 분포가 변동하기 마련이다. 투자기회가 어떤 기업가에게는 줄어드는 동시에 다른 기업가에게는 반대로 늘어날 수 있다. 자본재 부문 내에서 성장기 업종은 일정 기간 수익성 있는 투자기회가 지속적으로 실현되더라도 성숙기 업종은 사정이 다를 법하다. 그렇다면 투자에 영향을 미치는 새로운 자본재 부문 요인으로서 대표 경제주체 가정 하의 투자기술 변화를 대신하여 새롭게 “투자기회 충격”을 정의하고, 투자기회가 개별 경제주체에게 상이한 확률로 실현되는 모형 경제를 분석할 수는 없을까? 본 연구는 이와 같은 문제의식으로부터 출발한다. 특히 투자기술 자체가 아닌, 경제주체들의 투자기회 측면에서의 비대칭성에 초점을 맞춘다.

여기서 우리가 투자기술 변동이 아닌 투자기회 변동에 주목하는 첫 번째 이유는 개별 생산 단위에서 실제로 투자가 이루어지는 미시적 패턴을 감안하는 것이다. Doms and Dunne (1998)을 비롯하여 Gourio and Kashyap (2007), Bachmann et al. (2013) 등의 연구에 기초하면 매 기간 모든 기업가들이 투자기술 상의 변동을 고려하여 완만하고 연속적으로 설비를 조정하기 보다는, 매 기간마다 일부 기업가에게 투자가 불균등하게 집중되며 개별 기업가 차원에서는 불연속적이고 간헐적인 양상으로 설비조정이 일어나는 특징이 있다. 이러한 관측에 부합하도록 모형을 구성하는 한 가지 방법은 개별 기업가마다 투자기회가 비대칭적으로 확률적으로 실현되도록 하는 것일 수 있다.

우리가 투자기회 변동의 효과에 주목하는 두 번째 이유는 경제주체들 사이에 부, 즉 순자산이 분배된 양상이 투자 동학에 잠재적으로 미칠 수 있는 영향을 포착하기 위해서이다. 지금까지 Bernanke and Gertler (1989)를 효시로 하는 여러 연구에서 공통적으로 강조된 점은 금융마찰이 존재하는 경우 차입자의 순자산이 투자 변동에 영향을 미친다는 사실이었다. 이는 순자산 분포의 투자 변동에 대한 중요성이 자금조달제약과 같은 금융마찰의 작용 하에서 더욱 확대될 수 있음을 시사한다. 한편 逆으로 투자기회의 분포 특성, 즉 평균이나 분산이 변하면 그 과정에서 자연스럽게 부의 재분배가 수반되기도 한다. 기업가들 사이의 순자산 분포가 투자기회 변동에 의해 영향 받는 것이다. 그런데 이와 같은 투자기회 변동의 순자산 분포에 대한 영향은 자금조달제약에 의존할 수 있다. 왜냐하면 투자 규모를 얼마나 확대할 수 있는가에 따라서는 실현가능한 투자기회 이득의 크기에 차이가 있을 수 있기 때문이다. 요컨대 투자기회의 변동은 금융 요인을 매개로

하여 그 효과가 거시경제 변동으로 과급될 수 있는 것이다.

본 연구는 이와 같은 점을 고려하여 투자기술에는 변화가 없는 가운데 투자기회의 분포 특성 변화가 자금조달제약과의 상호작용을 통해 경기순환과정에 미칠 수 있는 잠재적 영향을 모델링하고자 하는 동태일반균형 모형연구이다. 이를 위해 구체적으로 본고에서 던지는 질문은 다음 세 가지를 포함한다.

[가] 비대칭적인 투자기회의 평균 수준 자체가 경제 전체적으로 확대되면 경기변동에 어떤 영향이 있을까?

[나] 투자기회의 전체적인 평균은 일정한 가운데 비대칭성만이 더욱 확대되는 경우에는 그 효과가 어떨까?

[다] 이상의 투자기회 변동의 영향은 자금조달제약의 정도에 따라 어떤 차이가 있을까?

이들 질문에 대해 논의하려는 목적으로 이 논문에서 제안하는 새로운 동태일반균형모형은 Kiyotaki and Moore (2008, 이하 "KM") 모형¹의 기본 구조를 토대로 한다. 왜 KM 모형인가? 그 이유는 KM 모형이 본 연구의 목적에 적합한 특성을 갖추고 있기 때문이다. KM 모형은 대표 경제주체 모형과는 달리 경제 내 신용흐름을 만들어내기 위한 경제주체 간 이질성이 모형에 반영되어 있고 금융마찰요인으로서 자금조달제약을 포함하고 있다. 나아가 특징적으로 자본재 부문에 고유한 투자기회 변동 요인을 외생변수로서 모형에 반영할 수 있는 틀을 갖추고 있다. "투자기회 충격"이라는 본고에서의 개념화 자체가 KM 모형 구조를 통해 비로소 가능해진 측면이 있다.

그렇다면 본 연구에서 제시하는 동태일반균형모형은 기존의 KM 모형과는 구체적으로 어떤 점에서 다른가?

1. KM 모형에서는 자본재 생산을 담당하는 개별 기업가에게 투자기회가 매 기간 고정된 확률로 실현된다고 가정한다. 그뿐만 아니라 그 확률은 모든 기업가들에게 동일해 완전히 대칭적이다. 이와 같은 제약적인 독립동일성(i.i.d) 가정은 관련 후행 연구 모두에서 전제되고 있다. 반대로 이 논문의 모형에서는 투자기회 측면에서 기업가들 사이에 이질성이 있고 매 기간마다 상이한 확률로 투자기회가 실현된다.

¹KM의 연구는 일반균형에서 금융시장 유동성 변동의 영향을 포착할 수 있는 모형들을 제시함으로써 글로벌 금융위기를 거치면서 각광받고 있으며 Del Negro et al. (2011)을 위시한 여러 후행 연구에 의해 모형의 특성이 최근 들어 다각도로 분석되고 있다.

2. KM 모형에서는 신규 증권 발행에 대한 제약인 자금조달제약과 더불어 유동성, 즉 기 발행 증권의 재양도가능성(resaleability)에 있어서의 제약이 강조된다. 이와는 달리, 이 논문의 모형에서는 두 제약을 완전히 분리하여 유동성에 아무런 제한을 두지 않았다. 그리고 유동성 제약을 완화한 데 따른 귀결로서 본 연구에서는 KM 모형과는 달리 화폐를 모형에 도입하지 않았다. 자금조달제약과 재양도가능성 제약을 완전히 분리해낸 점은 KM 모형 관련 연구로서 본 연구의 한 가지 의의가 될 수 있다.
3. KM 모형에서는 경기변동을 야기하는 요인으로 총요소생산성 충격 외에 유동성 충격의 영향이 고려되었다. 후행 연구에서는 외부자금 조달 가능성의 변화 효과가 추가적으로 고려되었다. 하지만 기존의 모든 연구에서 투자기회 확률은 예외 없이 크기가 고정된 상수로 간주되어 왔다. 본 연구에서는 자본재 부문의 투자기회 변동이 경기순환에 미치는 효과를 살펴보기 위해 연구 목적에 부합하는 새로운 구조적 충격을 정의하였다. 구체적으로 질문 [가]의 투자기회의 전반적인 수준 변동의 효과를 살펴보기 위하여 투자기회 확률이 모든 기업가들에게 공통된 정도로 증가하는 “수준 충격”을 정의하였다. 다음으로 질문 [나]와 관련하여, 투자기회 확률의 집계된 평균은 일정한 가운데 투자기회의 분산이 더욱 확대되도록 하는 “분산 충격”을 정의하였다. 이 수준 충격과 분산 충격은 투자기회의 실현과 관련된 거시적 불확실성(aggregate uncertainty)을 대표하는 개념이다.

이 논문의 고유성 및 독창성은 다음 두 가지 측면으로 요약할 수 있다. 첫 번째는 투자기회 충격이라는 개념을 처음으로 정의하고 금융제약과 투자기회의 분포 특성에 따라 경기변동에 잠재적으로 어떤 영향을 미칠 수 있는지 분석한 점이다. 두 번째는 모델링 측면에서 유동성제약이 제거된 새로운 KM 모형에, 기존의 KM 모형 관련 후행 연구에서는 찾아볼 수 없는 경제주체들 사이의 투자기회 측면에서의 비대칭성을 도입해 그 시사점을 살펴본 점이다.

분석 결과, 생산성충격과 투자기회 충격은 경기변동에 미치는 영향 측면에서 뚜렷한 차이가 있었다. 보다 중요하게 본 연구에서는 금융마찰요인인 자금조달제약, 그리고 투자기회의 비대칭적 실현에 따른 저축자와 투자자 사이의 부의 재분배가 투자기회 충격의 파급에 있어 중요한 역할을 할 수 있음을 발견하였다. 특히 투자기회의 비대칭성은 투자기회 충격의 효과를 지속시키고 증폭시키는 기제인 것으로 분석되었다.

논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 모형 경제의 경쟁균형을 정의한다. 제3장은 충격반응분석 결과를 정리한다. 제4장은 결론이다.

2. 모형 경제

2.1. 소비재 생산 부문

모형 경제는 소비재 생산 부문과 자본재 생산 부문의 2부분으로 구성된다. 경제주체는 자본을 소유하며 잠재적으로 투자기회에 접근할 수 있는 기업가와 그렇지 않은 노동자 및 소비재 생산기업으로 나뉜다. 이들의 인구 크기는 각각 “1”(unit measure)로 표준화한다.

소비재 부문에서 t 기 생산(y_t)은 기업가로부터 자본($\bar{k}_{t-1}$)을 임차하고 노동자로부터 노동($h_{d,t}$)을 제공받는 소비재 생산기업이 담당한다. 소비재 생산함수는 다음 (1)의 형태로 가정한다. z_t 는 총요소생산성, z 는 그 균제상태 값이고 ϕ 는 자본소득분배율이다.

$$y_t = z_t \bar{k}_{t-1}^\phi h_{d,t}^{1-\phi} \quad (1)$$

노동자는 노동공급($h_{s,t}$)에 대한 보수로 소비재 생산기업으로부터 분배 받은 임금소득을 소비(c_t^l)하며 저축은 하지 않는 것으로 가정한다.² 노동 단위당 임금은 w_t 이다. 노동자의 최적화 문제는 다음과 같다. $\beta < 1$ 는 기업가와 노동자에 공통된 할인인자이다. γ 는 노동공급 탄력성과 관련되며 ω 는 노동공급의 비효율에 대한 가중치 모수(parameter)이다.

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log \left[c_t^l - \frac{\omega}{1+\gamma} h_{s,t}^{1+\gamma} \right] \quad (2)$$

단 $c_t^l = w_t h_{s,t}$, $\forall t$ 이다.

노동자의 최적 노동공급 및 소비재 생산기업의 최적 노동수요는 다음 일계조건을 따른다.

$$h_{s,t} = (w_t/\omega)^{1/\gamma} \quad (3)$$

$$h_{d,t} = \bar{k}_{t-1} [(1-\phi)z_t/w_t]^{1/\phi} \quad (4)$$

²모형에서 노동자가 저축을 하지 않는다고 가정하는 이유는 Appendix 1의 [정리 2]에서 논의될 것이다.

2.2. 자본재 생산 부문

자본재는 기업가가 생산한다. 투자기술, 즉 자본재 생산기술은 소비재 1단위를 투입하면 자본 1단위가 생산되는 것으로 가정한다. 기업가의 저축수단이 되는 지분(equity)은 소비재 생산기업에 임대된 자본 실물에 대한 소유권이자 자본으로부터 발생하는 수익 흐름에 대한 청구권이다. 자본 총량과 지분 총량은 일치한다. 투자의 결과로 자본이 형성되면 그 크기만큼 지분이 신규 발행되고 자본이 감가상각되면 그 크기만큼 지분도 줄어든다. 따라서 자본($\bar{k}_t$)과 지분(k_t)은 단일한 변수(K_t)로 집계될 수 있다.

KM 모형에서는 개별 기업가에게 매기 동일한 확률 π 로 수익성 있는 투자기회가 실현된다. 개별 기업가의 상태는 이 확률에 의해 매기 결정된다. 투자기회가 실현된 기업가는 “투자자”가 되어 자본을 생산하고 투자기회가 실현되지 않은 기업가는 “저축자”가 된다. 그런데 만약 $\pi = 1$ 이라면 모든 기업가가 항상 자본을 생산할 수 있으므로 지분 가격 q_t 는 단위 자본의 생산비용과 같아 $q_t = 1$ 일 수 밖에 없다. 이런 경우 투자기회 자체는 수익성이 없다. 반대로 $q_t > 1$ 의 조건이 성립하려면 $\pi < 1$ 이어야 한다. $q_t > 1$ 이면 투자자로서는 조달 가능한 최대한의 자금을 동원해 투자 규모를 극대화하는 것이 최선이므로 이 경우에 비로소 자금조달제약은 구속력을 갖게(binding) 된다.

그런데 투자기회 확률 π 가 누구에게나 항상 동일하다는 가정은 제약적이다. 자본재 부문 내의 서로 다른 발전 단계의 업종에서 투자기회의 실현 가능성이 같다고 보기는 어렵다. 다음 분기의 투자기회 실현 여부가 현재 분기의 투자기회 실현 여부로부터 독립적이라는 가정 또한 간헐적으로 대규모로(“lumpy”) 이루어지는 실제 자본형성 패턴³에 부합한다고 보기 어렵다. 그뿐만 아니라 KM 모형에서는 π 자체가 일정한 상수이므로 매기 고정된 비율의 기업가들이 투자자가 된다. 개별 기업가 수준에서 나타나는 불확실성이 경제 전체 수준에서는 사라져 투자기회의 거시적 불확실성이 모형 구성 단계에서부터 배제되고 만다.

본 연구에서는 KM 모형의 기본 구조를 유지하되 이상의 제약적인 가정은 완화한다. 투자기회와 관련된 기업가 간 이질성과 투자기회의 거시적 불확실성이 야기하는 효과를 모형에 반영하기 위해서이다. 이를 위해 구체적으로 $(t-1)$ 기의 투자자에게는 t 기에 π_t^i 의 확률로, 그리고 $(t-1)$ 기의 저축자에게는 t 기에 π_t^n 의 확률로, 이와 같이 각각 서로 다른 확률로 투자기

³플랜트 단위에서의 설비조정이 간헐적인 “투자 스파이크(investment spike)”의 양상으로 이루어지는 사실에 대해서는 서론에서 밝힌 바와 같이 Doms and Dunne (1998), Gourio and Kashyap (2007), Bachmann et al. (2013) 등을 참고할 수 있다.

회가 실현되며 이 외생변수 π_t^n 와 π_t^i 가 다음의 확률과정을 따르는 것으로 가정한다.

$$\log \pi_t^n = (1 - \rho_n) \log \pi^n + \rho_n \log \pi_{t-1}^n + \varepsilon_t^n \quad (5)$$

$$\log \pi_t^i = (1 - \rho_i) \log \pi^i + \rho_i \log \pi_{t-1}^i + \varepsilon_t^i \quad (6)$$

식에서 π^n 과 π^i 는 각 변수의 균제상태 크기이며 $0 < \pi^n < \pi^i < 1$ 이다. π^n 과 π^i 의 차이가 클수록 개별 기업가로서는 연속해서 투자기회가 실현되거나 실현되지 않을 가능성이 그만큼 커진다. 이는 π^n 과 π^i 의 차이가 커 투자기회가 비대칭적일수록 개별 기업가들 사이의 이질성이 확대될 뿐만 아니라, 그와 같은 이질성이 더욱 지속적으로 나타나게 됨을 의미한다. 이와는 반대로 π^n 과 π^i 가 일치하면 투자자 그룹과 저축자 그룹이 매 시점마다 완전히 섞이므로 기업가 간 이질성은 지속성을 갖지 않게 된다.

2.3. 개별 기업가의 최적화

기업가는 분배받은 자본임대소득을 소비(c_t), 투자(i_t) 및 지분 매입에 배분한다. r_t 는 자본임대료이다. 자본은 단위기간 중 $(1 - \lambda)$ 의 비율만큼 감가상각이 이루어진다. 개별 기업가의 최적화 문제는 다음과 같다.

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log c_t \quad (7)$$

단 $c_t + i_t + q_t(k_t - i_t - \lambda k_{t-1}) = r_t k_{t-1}$, $\forall t$ 이다.

최적 선택에 있어 기업가는 현재 및 미래의 투자기회 실현 가능성을 고려한다. t 기에 저축자가 된 기업가로서는 $i_t = 0$ 이므로 t 기 예산제약 (7)이 다음 (8)의 형태를 띠게 된다. 단 상첨자 n 과 i 는 각각 저축자 상태와 투자자 상태를 의미한다.

$$c_t^n + q_t k_t^n = (r_t + q_t \lambda) k_{t-1} \quad (8)$$

t 기 투자자는 소비재 형태의 외부자금을 가능한 최대로 조달해 투자규모를 극대화하는 편이 유리하다. 투자자는 신규로 지분을 발행해 외부자금을 조달한다. 그런데 외부로부터 조달할 수 있는 자금에는 한계가 있다. 투자자가 투자를 i_t 만큼 수행하려면, 즉 지분을 i_t 만큼 신규로 발행하려면 그 중 $\theta < 1$ 비율에 해당하는 θi_t 까지만 외부의 저축자에게 팔 수 있다. 남은 $(1 - \theta)i_t$ 만큼의 신규 발행 지분은 투자자에게 유보된다. 지분 발행으로 투자자는 $\theta q_t i_t$ 만큼을 외부로부터 조달할 수 있으므로 투자 i_t 의 수행을

위해 필요한 나머지 $(1 - \theta q_t)i_t$ 는 자체 자금으로 마련해야 한다. 투자자의 자체 자금은 그 크기가 다음과 같다.

$$(1 - \theta q_t)i_t = (r_t + q_t \lambda)k_{t-1} - c_t^i \quad (9)$$

자체 자금을 자본 생산에 투입하려면 기존 보유 지분을 전량 시장에서 매도해 소비재로 전환해야 한다. 따라서 투자자의 t 기 말 지분 보유 k_t^i 는 다음 (10)과 같게 된다. 그리고 식 (10)을 식 (7)에 대입해 정리하면 t 기 투자자가 직면하는 예산제약 표현 (11)를 얻게 된다.

$$k_t^i = (1 - \theta)i_t \quad (10)$$

$$c_t^i + q_t^i k_t^i = (r_t + q_t \lambda)k_{t-1} \quad (11)$$

$$\text{단 } q_t^i \equiv \frac{1 - \theta q_t}{1 - \theta} \quad (12)$$

한편 최적화 문제로부터 k_t^n 와 k_t^i 선택을 위한 일계조건을 유도할 수 있다.⁴ 다음 식에서 $M_{t,t+1}^n$ 와 $M_{t,t+1}^i$ 는 각각 저축자와 투자자의 확률할인인자 (stochastic discount factor)이고, $R_{t,t+1}^n$ 와 $R_{t,t+1}^i$ 는 각각 저축자와 투자자의 지분 보유에 따른 수익률이다.

⁴본문의 일계조건은 다음의 라그랑지 함수로부터 도출된다. 여기에는 각각 t 기 투자자와 저축자의 미래 상태 변화 가능성이 명시적으로 고려되어 있다. 변수의 상첨자 i 와 n 은 일련의 상태 변화 경로를 나타낸다. 예컨대 변수 $c_{t+2}^{i,i,n}$ 은 t 기와 $(t+1)$ 기에 투자자였다가 $(t+2)$ 기에 저축자가 되는 상태 변동을 겪은 기업가의 $(t+2)$ 기 소비이다. μ_t 는 라그랑지 승수이다.

$$\begin{aligned} L_t^i = & \log c_t^i + \mu_t^i (r_t k_{t-1} + q_t \lambda k_{t-1} - c_t^i - q_t^i k_t^i) \\ & + \pi_{t+1}^i \beta E_t \left\{ \log c_{t+1}^{i,i} + \mu_{t+1}^{i,i} (r_{t+1} k_t^i + q_{t+1} \lambda k_t^i - c_{t+1}^{i,i} - q_{t+1}^i k_{t+1}^{i,i}) \right\} \\ & + (1 - \pi_{t+1}^i) \beta E_t \left\{ \log c_{t+1}^{i,n} + \mu_{t+1}^{i,n} (r_{t+1} k_t^i + q_{t+1} \lambda k_t^i - c_{t+1}^{i,n} - q_{t+1}^i k_{t+1}^{i,n}) \right\} \\ & + \pi_{t+1}^i \pi_{t+2}^i \beta^2 E_t \left\{ \log c_{t+2}^{i,i,i} + \mu_{t+2}^{i,i,i} (r_{t+2} k_{t+1}^{i,i} + q_{t+2} \lambda k_{t+1}^{i,i} - c_{t+2}^{i,i,i} - q_{t+2}^i k_{t+2}^{i,i,i}) \right\} + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_t^n = & \log c_t^n + \mu_t^n (r_t k_{t-1} + q_t \lambda k_{t-1} - c_t^n - q_t^n k_t^n) \\ & + \pi_{t+1}^n \beta E_t \left\{ \log c_{t+1}^{n,i} + \mu_{t+1}^{n,i} (r_{t+1} k_t^n + q_{t+1} \lambda k_t^n - c_{t+1}^{n,i} - q_{t+1}^n k_{t+1}^{n,i}) \right\} \\ & + (1 - \pi_{t+1}^n) \beta E_t \left\{ \log c_{t+1}^{n,n} + \mu_{t+1}^{n,n} (r_{t+1} k_t^n + q_{t+1} \lambda k_t^n - c_{t+1}^{n,n} - q_{t+1}^n k_{t+1}^{n,n}) \right\} \\ & + \pi_{t+1}^n \pi_{t+2}^n \beta^2 E_t \left\{ \log c_{t+2}^{n,i,i} + \mu_{t+2}^{n,i,i} (r_{t+2} k_{t+1}^{n,i} + q_{t+2} \lambda k_{t+1}^{n,i} - c_{t+2}^{n,i,i} - q_{t+2}^n k_{t+2}^{n,i,i}) \right\} + \dots \end{aligned}$$

$$1 = E_t(M_{t,t+1}^n R_{t,t+1}^n) \quad (13)$$

$$\text{단 } M_{t,t+1}^n \equiv \beta \left[\pi_t^n \frac{c_t^n}{c_{t+1}^{n,i}} + (1 - \pi_t^n) \frac{c_t^n}{c_{t+1}^{i,n}} \right], \quad R_{t,t+1}^n \equiv \frac{r_{t+1} + q_{t+1}\lambda}{q_t} \quad (13-1)$$

$$1 = E_t(M_{t,t+1}^i R_{t,t+1}^i) \quad (14)$$

$$\text{단 } M_{t,t+1}^i \equiv \beta \left[\pi_t^i \frac{c_t^i}{c_{t+1}^{i,i}} + (1 - \pi_t^i) \frac{c_t^i}{c_{t+1}^{i,n}} \right], \quad R_{t,t+1}^i \equiv R_{t,t+1}^n \left[\frac{q_t^i}{q_t} \right]^{-1} \quad (14-1)$$

여기서 지분 수익률은 투자기회 실현 여부, 즉 기업가의 상태에 따라 차이가 있음을 알 수 있다. 식 (12)의 정의에 의해 $q_t^i < 1 < q_t$ 이므로 식 (14-1)로부터 $R_{t,t+1}^n < R_{t,t+1}^i$ 이 성립한다. 따라서 지분 수익률은 저축자보다는 투자자에게 더 크다. 이 수익률 차이는 투자기회 실현에 수반되는 이득을 반영한다. 저축자가 지분을 가격 q_t 에 매입하는 데 반해, 투자자는 자체 자금 $(1 - \theta q_t)i_t$ 로 신규 지분을 $(1 - \theta)i_t$ 만큼 인수하므로 지분 매입 가격이 q_t^i 인 셈이다. 투자기회의 편익은 이 둘 사이의 비율, 즉 (q_t^i/q_t) 에 대해 감소하므로 $(R_{t,t+1}^i/R_{t,t+1}^n)$ 비율에 대해서는 증가한다.

효용함수가 로그 형태이므로 t 기 저축자와 투자자의 최적 소비 선택은 식 (15) 및 (16)과 같이 풀린다.⁵ 단 여기서 n_t^n 과 n_t^i 는 개별 저축자와 투자자의 t 기 순자산(net worth)이며 각각 예산제약 (8)과 (11)의 우변에 해당한다.

⁵이와 같은 사실은 이미 Samuelson (1969, pp. 243-244)에서 증명된 바 있다. 본고에서는 저축자와 투자자의 소비함수를 (15) 및 (16)의 형태로 “conjecture”한 다음, 이로부터 식 (13)과 (14)가 성립함을 확인함으로써 식 (15)와 (16)이 최적화의 필요조건을 충족시키고 있음을 보이고자 한다. 식 (15)와 (16)을 전제하면 예산제약 (8)과 (11)로부터 먼저 다음 관계를 얻는다.

$$k_t^n = \beta (r_t + q_t \lambda) k_{t-1} / q_t, \quad k_t^i = \beta (r_t + q_t \lambda) k_{t-1} / q_t^i$$

이제 (15)과 (16)으로부터 다음을 추론할 수 있다.

$$c_{t+1}^{n,n} = c_{t+1}^{n,i} = (1 - \beta) (r_{t+1} + q_{t+1} \lambda) k_t^n, \quad c_{t+1}^{i,i} = c_{t+1}^{i,n} = (1 - \beta) (r_{t+1} + q_{t+1} \lambda) k_t^i$$

이에 따라 다음이 성립한다.

$$\frac{c_t^n}{c_{t+1}^{n,n}} = \frac{c_t^n}{c_{t+1}^{n,i}} = \frac{q_t}{\beta (r_{t+1} + q_{t+1} \lambda)} = \frac{1}{\beta R_{t,t+1}^n}$$

$$\frac{c_t^i}{c_{t+1}^{i,i}} = \frac{c_t^i}{c_{t+1}^{i,n}} = \frac{q_t^i}{\beta (r_{t+1} + q_{t+1} \lambda)} = \frac{1}{\beta R_{t,t+1}^i}$$

아울러 식 (16)을 식 (9)에 대입하면 개별 투자자의 투자함수 (17)을 도출할 수 있다.

$$c_t^n = (1 - \beta)n_t^n = (1 - \beta)(r_t + q_t\lambda)k_{t-1} \quad (15)$$

$$c_t^i = (1 - \beta)n_t^i = (1 - \beta)(r_t + q_t\lambda)k_{t-1} \quad (16)$$

$$i_t = \frac{\beta(r_t + q_t\lambda)}{1 - \theta q_t} k_{t-1} \quad (17)$$

2.4. 경쟁균형

경쟁균형에서 저축자와 투자자의 소비 및 투자는 각각 식 (15), (16) 및 (17)을 집계함으로써 다음 크기로 결정된다. 단 앞으로 집계변수는 대문자로 나타낸다.

$$C_t^n = (1 - \beta)(r_t + q_t\lambda)(K_{t-1} - \pi_t^n K_{t-1}^n - \pi_t^i K_{t-1}^i) \quad (15A)$$

$$C_t^i = (1 - \beta)(r_t + q_t\lambda)(\pi_t^n K_{t-1}^n + \pi_t^i K_{t-1}^i) \quad (16A)$$

$$I_t = \frac{\beta(r_t + q_t\lambda)(\pi_t^n K_{t-1}^n + \pi_t^i K_{t-1}^i)}{1 - \theta q_t} \quad (17A)$$

K_t , K_t^n , K_t^i 사이의 관계는 식 (18)과 같다. t 기에 기존 지분 전체(λK_{t-1})와 신규 발행 지분의 θ 비율만큼(θI_t)을 저축자가 인수하므로 저축자 보유 지분의 크기는 식 (19)와 같다. 식 (10A)는 식 (10)을 집계한 것으로서 투자자 보유 지분의 크기에 해당한다.

$$K_t = K_t^n + K_t^i \quad (18)$$

$$K_t^n = \theta I_t + \lambda K_{t-1} \quad (19)$$

$$K_t^i = (1 - \theta)I_t \quad (10A)$$

한편 식 (3)과 (4)로부터 노동시장 청산 조건 (20)을 도출할 수 있다. 아울러 식 (20)에 의해 t 기 균형임금이 결정되면 균형고용 및 노동자 소비의 크기는 식 (3)과 예산제약 (2)를 각각 집계한 식 (3A)와 (2A)로부터 순차적으로 구할 수 있다.

이를 식 (13)과 (14)의 우변에 대입하면 등식이 성립해 최적화의 1계 조건이 충족됨을 확인할 수 있다. 한편 Shi (2012)에 의해 효용함수를 로그 형태로 가정하지 않더라도 KM 모형의 시사점이 달라지지 않는다는 사실이 이미 밝혀졌음을 언급해 두고자 한다.

$$(w_t/\omega)^{1/\gamma} = K_{t-1} [(1-\phi)z_t/w_t]^{1/\phi} \quad (20)$$

$$H_t = (w_t/\omega)^{1/\gamma} \quad (3A)$$

$$C_t^l = w_t H_t \quad (2A)$$

소비재시장의 청산조건은 식 (2A)와 다음 두 식으로 표현된다. 식 (7A)는 예산제약 (7)을 집계한 결과이다.

$$C_t^n + C_t^i + I_t = r_t K_{t-1} \quad (7A)$$

$$Y_t = w_t H_t + r_t K_{t-1} \quad (21)$$

소비재 공급과 관련하여 식 (1)을 집계한 식 (1A)의 집계생산함수를 얻을 수 있고 식 (1A), (3A), (20), (21)로부터 자본임대시장의 청산조건이 반영된 식 (22)를 얻을 수 있다.

$$Y_t = z_t K_{t-1}^\phi H_t^{1-\phi} \quad (1A)$$

$$r_t K_{t-1} = z_t K_{t-1}^\phi H_t^{1-\phi} - w_t H_t = a_t K_{t-1}^\alpha \quad (22)$$

단 $a_t \equiv \phi z_t^{(1+\gamma)/(\phi+\gamma)} \left[\frac{1-\phi}{\omega} \right]^{(1-\phi)/(\phi+\gamma)}$, $\alpha \equiv \phi(1+\gamma)/(\phi+\gamma)$ 이다.

경쟁균형에서는 이상 12개의 식 (1A), (2A), (3A), (7A), (10A), (15A), (16A), (17A), (18), (19), (20), (22)가 임의의 $t = 0, \dots, \infty$ 에 대하여 성립한다. 이 경쟁균형에서는 노동시장과 자본임대시장, 소비재시장이 청산되며 왈라스 법칙에 의해 지분 시장도 청산된다. 내생변수와 외생변수의 목록은 다음과 같다.

내생변수: $\{C_t^n, C_t^i, C_t^l, I_t, H_t, Y_t, K_t^n, K_t^i, K_t, q_t, r_t, w_t\}_{t=0}^\infty$

외생변수: $\{z_t, \pi_t^n, \pi_t^i\}_{t=0}^\infty \cup \{K_{-1}^n, K_{-1}^i\}$

3. 충격반응분석

3.1. 균제상태의 모수 조정(calibration)

모형의 동학을 수치적으로 분석하기 위해 균제상태를 기준으로 모수 값을 조정한다. 기본적인 모수는 KM 모형과 관련된 대표적인 후행 연구인 Del Negro et al. (2011)에서 적용된 그대로 $\beta = 0.99$, $\lambda = 0.975$, $\phi = 0.4$,

$\theta = 0.15$	Bigio (2012)
$\theta = 0.19$	Del Negro et al. (2011)
$\theta = 0.24$	Ajello (2014)
$\theta = 0.28$	Shi (2012), Nezafat and Slavik (2013)

표 1: 모수 : θ

$\theta = 0.15$	$v = 0.9788, \pi = 0.0128$						
	π^n	0.0128	0.01	0.008	0.006	0.004	0.002
	π^i	0.0128	0.1398	0.2319	0.3240	0.4162	0.5083
$\theta = 0.19$	$v = 0.9798, \pi = 0.0118$						
	π^n	0.0118	0.01	0.008	0.006	0.004	0.002
	π^i	0.0118	0.0964	0.1932	0.2900	0.3867	0.4835
$\theta = 0.24$	$v = 0.9810, \pi = 0.0105$						
	π^n	0.0105	n/a	0.008	0.006	0.004	0.002
	π^i	0.0105	n/a	0.1390	0.2423	0.3455	0.4488
$\theta = 0.28$	$v = 0.9820, \pi = 0.0095$						
	π^n	0.0095	n/a	0.008	0.006	0.004	0.002
	π^i	0.0095	n/a	0.0902	0.1993	0.3085	0.4176

표 2: 모수 조합 : (θ, π^n, π^i)

$\gamma = 1, \omega = 8.15, z = 1, \rho_z = 0.95$ 로 하였다. 외부자금 조달 한도를 나타내는 모수 θ 에 대해서는 관련 문헌에서 여러 다른 값들이 적용된 바 있다. 이를 감안해 표 1과 같은 네 개의 값을 시험적으로 적용하였다.

모수 π^n 과 π^i 는 균제상태 투자/산출 비율을 기준으로 값을 조정했다. 선행 연구에 따르면 투자/산출 비율의 역사적인 평균은 약 0.24이다(Summers and Heston (1984), Cooley and Prescott (1994) 등). 표 2는 이를 균제상태에서 재현하는 (θ, π^n, π^i) 조합의 예시이다. 단 여기서 모수 v 와 π 는 $v \equiv \theta(1 - \lambda) + \lambda, \pi \equiv \pi^n v + \pi^i(1 - v)$ 로 정의한다. π 는 π^n 과 π^i 의 가중평균으로서 경제 전반의 평균적인 투자기회 확률로 그 의미를 해석할 수 있다.

표 2의 세로 방향으로 θ 가 커질수록 π 가 작아지고, 가로 방향으로 π^n 이 작아질수록 π^i 가 커진다. 표의 22개 모수 조합은 수치적 최적화를 통해 균제상태에서 산출, 자본, 투자, 소비, 지분 가격이 유사한 크기가 되도록 산정한 결과이다.

균제상태	$\theta=0.15$	$\theta=0.19$	$\theta=0.24$	$\theta=0.28$
$C^i/C^n = N^i/N^n$	1.29%	1.19%	1.06%	0.96%
R^i	1.6823~1.6825	1.7408~1.7409	1.8296~1.8299	1.9177~1.9180
투자자 초과수익률	6.82%	7.97%	9.96~9.97%	12.24~12.25%
공통	R^n	1.0014	Y	1.5721
	$C^n + C^i + C^l$	1.1817	C^l (노동자소비)	0.9432~0.9433
	K	15.6161~15.6175	q	1.5244~1.5246
	H	0.3402	r	0.0403

표 3: 균제상태 비교

표 3은 모수 조합별로 계산된 균제상태를 비교한다. 표를 보면 (θ, π) 가 주어지면 π^n 과 π^i 의 차이 자체는 균제상태 자원배분에 큰 영향이 없음을 알 수 있다.⁶ (θ, π) 가 달라지면 투자자와 저축자의 소비 및 순자산의 상대적인 크기($C^i/C^n = N^i/N^n$), 그리고 투자자 지분 수익률 R^i 에 있어 의미 있는 차이가 나타났다. 단 표 3에서 $R^i = R^n[q/q^i]$ 이며, 투자자 초과수익률은 $R^i - (1/\beta)$ 을 연간으로 환산한 것이다.

균제상태의 저축자 지분 수익률 R^n 은 (θ, π) 조합의 선택에 영향 받지 않는다. 하지만 $\partial q^i / \partial \theta = (1-q)/(1-\theta)^2 < 0$ 이므로 θ 가 클수록 q^i/q 비율이 하락한다. 이는 θ 가 클수록, 그리고 이에 따라 π 가 작을수록 투자기회의 이득이 확대되며 R^i 가 클 것임을 시사한다. 직관적으로도 투자기회가 흔치 않을 때, 그리고 외부자금을 큰 규모로 조달할 수 있을 때 투자기회의 이득이 가장 클 것이다. 표 3의 오른쪽으로 갈수록 N^i/N^n 비율이 줄어드는 이유는 투자기회의 이득이 확대되는 가운데 투자가 일정 크기를 유지하게 하려면 투자자 순자산이 상대적으로 작아져야 하는 때문이다.

3.2. 경쟁균형의 로그선형표현

모수 조정이 이루어진 모형 경제의 동학을 수치적으로 분석하기 위해서는 경쟁균형을 정의하는 앞의 12개 식을 균제상태 근방에서 로그선형화(log-linear approximation)할 필요가 있다. 다음은 경쟁균형 조건식 가운데 (1A), (2A), (3A), (7A), (10A), (16A), (17A), (18), (19), (20), (22)를 순서대로

⁶이는 결국 장기에 있어서는 π^n 과 π^i 의 차이가 중요하지 않음을 시사한다. 본 연구는 단기 경기순환에 관심을 가지며 이어지는 분석 결과는 단기에 있어서는 π^n 과 π^i 의 차이가 중요할 수 있음을 보여준다.

로그선형화한 결과이다. 단 여기서 $\hat{x}_t$ 는 x_t 의 균제상태 값 x 로부터의 이탈 정도를 퍼센트로 나타내는 변수이다.

$$\hat{Y}_t = \hat{z}_t + \phi \hat{K}_{t-1} + (1 - \phi) \hat{H}_t \quad (1L)$$

$$\hat{C}_t^l = \hat{w}_t + \hat{H}_t \quad (2L)$$

$$\hat{H}_t = (1/\gamma) \hat{w}_t \quad (3L)$$

$$C_t^n \hat{C}_t^n + C_t^i \hat{C}_t^i + (1 - \lambda) K \hat{I}_t = r K (\hat{r}_t + \hat{K}_{t-1}) \quad (7L)$$

$$\hat{K}_t^i = \hat{I}_t \quad (10L)$$

$$\hat{C}_t^i = \frac{1}{r + \lambda q} [r \hat{r}_t + \lambda q \hat{q}_t] + \frac{\pi^i (1 - v)}{\pi} [\hat{\pi}_t^i + \hat{K}_{t-1}^i] + \frac{\pi^n v}{\pi} [\hat{\pi}_t^n + \hat{K}_{t-1}^n] \quad (16L)$$

$$\hat{I}_t = \frac{r}{r + \lambda q} \hat{r}_t + \left[\frac{\lambda q}{r + \lambda q} + \frac{\theta q}{1 - \theta q} \right] \hat{q}_t + \frac{\pi^i (1 - v)}{\pi} [\hat{\pi}_t^i + \hat{K}_{t-1}^i] + \frac{\pi^n v}{\pi} [\hat{\pi}_t^n + \hat{K}_{t-1}^n] \quad (17L)$$

$$\hat{K}_t = (1 - v) \hat{K}_t^i + v \hat{K}_t^n \quad (18L)$$

$$v \hat{K}_t^n = \theta (1 - \lambda) \hat{I}_t + \lambda \hat{K}_{t-1} \quad (19L)$$

$$(\gamma + \phi) \hat{w}_t - \gamma \phi \hat{K}_{t-1} - \gamma \hat{z}_t = 0 \quad (20L)$$

$$\hat{r}_t = \frac{1 + \gamma}{\phi + \gamma} \hat{z}_t + (\alpha - 1) \hat{K}_{t-1} \quad (22L)$$

마지막으로 식 (15A)의 로그선형표현은 다음 관계로부터 얻을 수 있다.

$$C_t^n + C_t^i = (1 - \beta)(r_t + q_t \lambda) K_{t-1} \quad (15B)$$

$$\Rightarrow C_t^n \hat{C}_t^n + C_t^i \hat{C}_t^i = (1 - \beta) K ((r + \lambda q) \hat{K}_{t-1} + r \hat{r}_t + \lambda q \hat{q}_t) \quad (15L)$$

이상의 로그선형화된 연립방정식체계로부터 다음의 선형 벡터함수를 수치적으로 푸는 표준적인 과정을 거쳤다.⁷

$$(\hat{C}_t^n, \hat{C}_t^i, \hat{C}_t^l, \hat{I}_t, \hat{H}_t, \hat{Y}_t, \hat{K}_t^n, \hat{K}_t^i, \hat{K}_t, \hat{q}_t, \hat{r}_t, \hat{w}_t) = f(\hat{K}_{t-1}^n, \hat{K}_{t-1}^i, \hat{K}_{t-1}; \hat{z}_t, \hat{\pi}_t^n, \hat{\pi}_t^i)$$

⁷계산은 잘 알려진 Uhlig의 Toolkit을 활용해 수행하였다.

3.3. 충격반응분석

모형 경제는 소비재와 자본재의 2부분으로 구성되므로 부문별로 투자 변동과 관련된 충격을 정의할 수 있다. 소비재 부문에서 실현되는 생산성 충격이 투자 변동을 야기하는 점은 기존 문헌에서 잘 알려진 바와 같다.⁸ 그런데 본 연구에 제시하는 모형 경제에서는 소비재 부문의 총요소생산성에 변화가 전혀 없더라도 자본재 부문에서 투자기회가 실현되는 확률이 변하면 투자가 이에 반응해 변동한다. 생산성충격은 생산요소의 투입량이 동일하더라도 산출수준에 차이를 야기할 수 있는 요인인 데 반해, 투자기회 충격은 총요소생산성이 일정한 가운데 더 많거나 더 적은 자원이 소비재(부터)의 대체를 통해 투자에 배분되도록 유도함으로써 소비재 생산함수의 자본량에 직접 변화를 가져오는 요인이다. 그런 점에서 이 두 충격은 독립적인(orthogonal) 투자 변동 요인으로 볼 수 있다.

3.3.1 투자기회의 수준 충격

이제 단위 투자기회 충격을 다음과 같이 가정하면 이는 π_0^n 과 π_0^i 가 공통적으로 균제상태로부터 1% 증가하는 것이므로 투자기회의 평균이 변동하는 것에 해당한다. 논문에서는 이를 투자기회의 “수준 충격”으로 이른다.

$$\varepsilon_0^n = \varepsilon_0^i = +1, \quad \varepsilon_t^n = \varepsilon_t^i = 0, \quad \forall t \neq 0$$

그림 1은 양(+)의 투자기회 수준 충격에 대해 주요 내생변수가 반응하는 양상으로서 $\theta = 0.15$ 인 경우의 예시이다. 단 여기서는 동 충격이 일정한 지속성을 갖도록 $\rho_n = \rho_i = 0.95$ 로 가정하였다.⁹

(1A)와 (1B)를 보면 투자기회의 외생적 증가가 예상대로 투자와 산출의 증가를 가져오는 것을 확인할 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 반응이 π^n 과 π^i 의 격차가 클수록, 그리고 θ 가 작을수록 증폭되어 나타나는 사실이 주목된다.

왜 π^i 와 π^n 의 차이가 클수록 반응 폭이 클까? 우리는 그 이유를 (1E)를 통해 쉽게 추론할 수 있다. 투자기회가 비대칭적이면 투자기회가 집중되는

⁸본고에 제시한 모형 경제의 생산성충격에 대한 충격반응분석 결과는 Appendix 2에 제시한다.

⁹그림 1, 그림 2 및 Appendix 2의 그림 A에는 가로로 그림이 세 개씩 제시된다. 이는 표 2의 모수 조합 가운데 좌측으로부터 각각 $\pi^n = \pi^i, \pi^n = 0.008, \pi^n = 0.002$ 인 경우이다. 단 이들 모두 $\theta = 0.15$ 인 경우의 예시이다.

일부 기업가에게로 투자기회의 이득이 누적된다. 투자기회의 반복된 실현이 저축자로부터 투자자로 부의 재분배를 야기하는 것이다. 이런 가운데 투자기회가 같은 비율로 추가적으로 확대되면 투자기회의 비대칭성은 더욱 심화된다. 투자자로의 부의 재분배가 더욱 촉진되는 것이다. 이 점은 (1E)에서 그림의 오른쪽으로 갈수록 투자자 순자산의 상대적인 증가가 더욱 큰 데에서 확인된다. 여기서는 “수준 충격”이 기업가들 사이의 투자기회 측면에서의 비대칭성을 더욱 확대시키는 점에 주의할 필요가 있다.

그런데 이와 같은 효과의 증폭은 충격 발생 시점에 집중되지 않고 여러 기간에 걸쳐서 나타나는(“hump-shaped”) 것으로 보인다. 투자는 (1B)의 두 번째 그림에서는 충격 이후 1분기 경과 시점에, 그리고 세 번째 그림에서는 충격 이후 2분기 경과 시점에 투자기회 충격의 효과가 가장 컸다. 투자기회의 비대칭성이 클수록 투자기회 수준 충격의 효과가 증폭될 뿐만 아니라 그 지속성이 강화되는 것이다.

이번에는 소비의 반응을 살펴본다. (1C)를 보면 다른 요인이 일정한 가운데 순수하게 투자기회만 늘어나는 경우 이로 인해 소비가 줄어든다. 소비는 생산성충격(Appendix 2 참조)에 대해서는 투자와 같은 방향으로 반응하지만 투자기회 충격에 대해서는 반대 방향으로 반응하는 것으로 나타난다. 이는 다름 아니라, 생산성충격과 투자기회 충격이 투자 변동을 유발하는 메커니즘이 근본적으로 다르기 때문이다. 양(+)의 생산성충격은 동일한 요소투입에 대해 더 큰 산출수준을 가져오므로 투자가 소비의 감소 없이도 증가할 수 있다. 자본의 한계생산 증가로 경제주체의 순자산이 증가하면서 소비가 투자와 함께 늘어난다. 하지만 순수한 양(+)의 투자기회 충격으로 투자가 확대되는 과정에서는 생산성 자체는 늘어나지 않으므로 투자를 위한 재원을 소비의 감소, 즉 소비의 투자로의 대체를 통해서만 충당할 수 있다.

한편 (1D)에서는 투자기회가 외생적으로 늘어날 때 지분 가격이 하락하는 것으로 나타난다. 자산가격은 생산성충격(Appendix 2 참조)에 대해서는 예상대로 투자와 같은 방향으로 반응하지만, 투자기회 충격에 대해서는 투자와 반대 방향으로 반응한다. 이는 다른 외생변수가 모두 일정한 가운데 순수하게 투자기회만 증가하는 경우 신규 지분 발행 증가로 지분 공급이 늘어나는 효과가 지분 수요 변동의 효과보다 우세하기 때문이다. 한편 π^i 와 π^n 의 차이가 클수록 자산가격의 반응이 증폭된 것은 투자가 더 크게 반응하면서 신규 지분 발행도 더 크게 변동한 때문이다.

이상의 소비 및 지분가격의 반응과 관련해서는 주의 깊은 해석이 요구된다. 다만 현실로부터 괴리되어 보이는 이러한 결과는 새롭지도 않고 본

연구에만 국한되는 것도 아니다. 실제로는 투자기술 충격과 관련된 잘 알려진 선행 연구에서도 이와 같은 결과가 발견된다. 예를 들어 Greenwood et al. (1988)에서도 설비가동률 등에 대한 특수한 가정이 없는 조건 하에서 투자기술 개선의 순수한 효과는 자본재의 소비재에 대한 상대가격 하락, 그리고 소비의 투자로의 대체에 따른 소비 감소로 나타나고 있다.¹⁰

3.3.2 투자기회의 분산 충격

투자기회의 수준 충격은 충격 전후 투자기회가 기업가들 사이에 분포되는 양상에는 변화가 없다. 하지만 투자기회 충격은 비대칭적으로 발생 수도 있을 것이다. 예컨대 투자기회가 풍부한 특정 자본재 생산 업종에서 추가로 원료 도입가격이 하락하면 이로 인해 투자기회의 비대칭성은 심화된다. 이는 확률과정 (5)와 (6)에서 ε_t^i 만 양(+)의 값으로 실현되는 경우로 상정할 수 있다.

본 연구에서는 이와 같은 비대칭적 충격을 투자기회의 “분산 충격”이라 부른다. 그런데 수준 충격과 구분되는 순수한 분산 충격을 정의하려면 경제 전체에 걸친 투자기회의 평균 확률 π 는 일정할 필요가 있다. 이제

$$d\pi = v d\pi^n + (1-v) d\pi^i = 0 \Rightarrow \frac{d\pi^i}{\pi^i} = -\frac{v \pi^n}{(1-v) \pi^i} \frac{d\pi^n}{\pi^n}$$

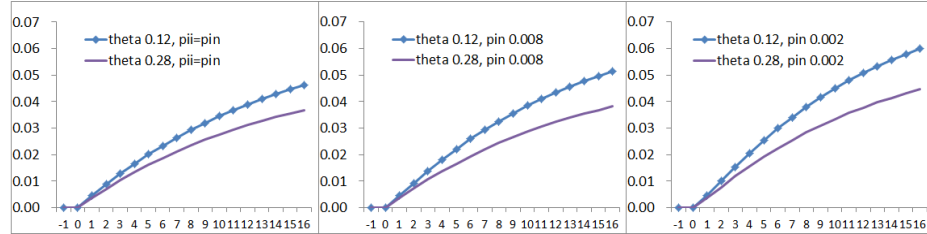
이므로 $t=0$ 기에 발생하는 분산 충격은 다음과 같이 정의하는 것이 자연스럽다.

$$\varepsilon_0^n = -1, \varepsilon_0^i = +v \pi^n / (1-v) \pi^i, \quad \varepsilon_t^n = \varepsilon_t^i = 0, \forall t \neq 0$$

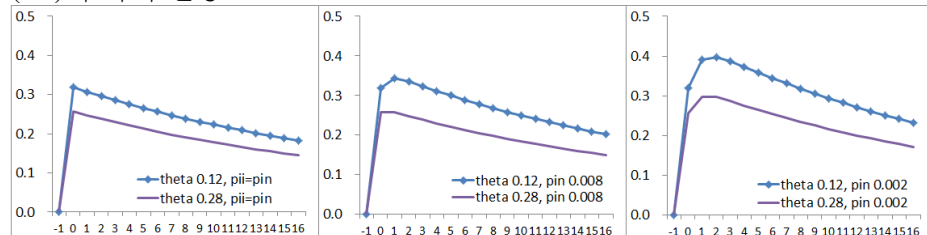
¹⁰최근 출간된 대학원 교재 성격의 책인 Torres (2014, p. 133, Figure 6.1)에서도 순수한 투자기술 충격의 영향으로 소비가 단기적으로 감소하는 충격반응분석 결과가 보고되어 있다. 투자기술 충격과 투자기회 충격의 영향을 비교 제시하려는 목적으로 본 연구에서는 논문에 제시한 모형의 틀 내에서 순수한 투자기술 충격을 정의하고 그 영향을 분석하였다. 분석 결과는 Appendix 3에 제시한다.

참언하자면 본문의 충격반응분석은 다른 조건이 일정한 가운데 순수한 투자기회 확대의 일반균형효과만을 따로 떼어내 살펴본 것임을 유의할 필요가 있다. 현실의 경기순환에서는 투자기회 확대가 솔로우 잔차인 총요소생산성의 향상과 함께 나타날 수 있다. 투자기회 증가로 지분 공급이 늘어나면서 동시에 지분 수요 증가 요인이 출현하면 자산가격이 상승할 수 있다. 투자기회 확대에 총요소생산성 개선이 수반되면 소득 증가에 따른 양(+)의 소득효과로 소비가 늘어날 수 있다. 하지만 개념적으로는 총요소생산성 충격과 투자기회 충격은 어디까지나 구분되는 것이다.

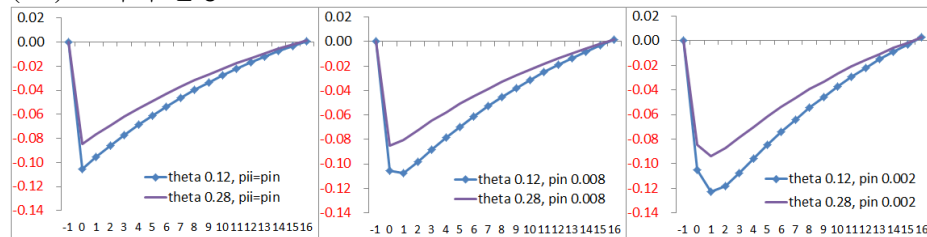
(1A) 산출의 반응



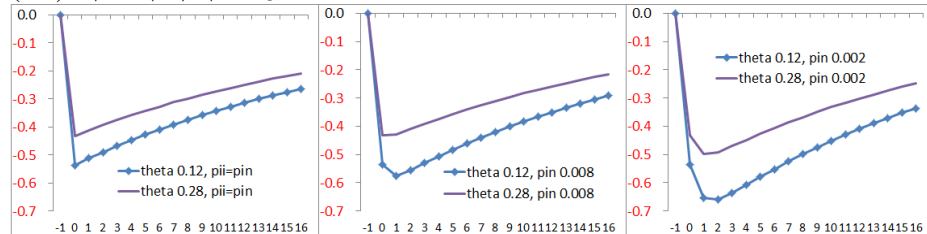
(1B) 투자의 반응



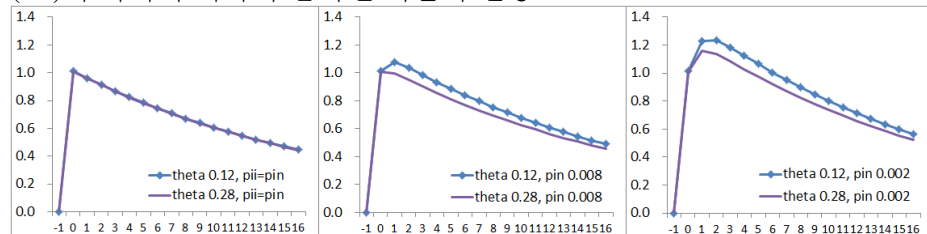
(1C) 소비의 반응



(1D) 지분가격의 반응



(1E) 투자자와 저축자 순자산 비율의 반응



주: 세로축 단위는 %, 가로축 단위는 분기

그림 1: 투자기회의 수준 충격

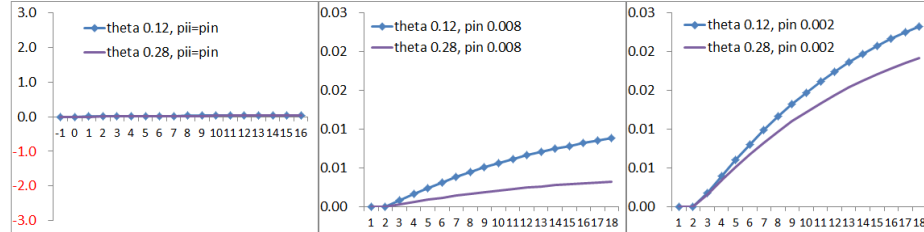
분산 충격에 대한 주요 내생변수의 반응은 그림 2와 같다. 이 그림 역시 $\rho_n = \rho_i = 0.95$, $\theta = 0.15$ 인 경우의 예시이다. (2A)와 (2B)를 보면 π^i 와 π^n 의 차이로 표현되는 투자기회의 비대칭성이 크면 클수록 투자와 산출의 반응이 더 증폭되어 나타나는 것을 알 수 있다. 반면 $\pi^n = \pi^i$ 인 경우, 즉 기업가들 사이에 투자기회가 완전히 대칭적인 경우에는 충격의 효과가 중립적(neutral)이었다.

여기서는 순수한 분산 충격만으로도 집계변수가 변동할 수 있다는 사실이 주목된다. 분산 충격의 거시적 효과가 나타날 수 있는 조건이 중요해 보인다. 어떻게 이런 반응이 야기되었을까? 만약 투자기회가 완전히 대칭적이라면 매 시점마다 투자자와 저축자 그룹이 완전히 섞이게 된다. 이런 경우 투자기회가 특정 기업가에게 지속적으로 실현되는 것은 어려우며 이로 인해 어떤 기업가에게도 투자 기회의 이득이 누적되지 않는다.

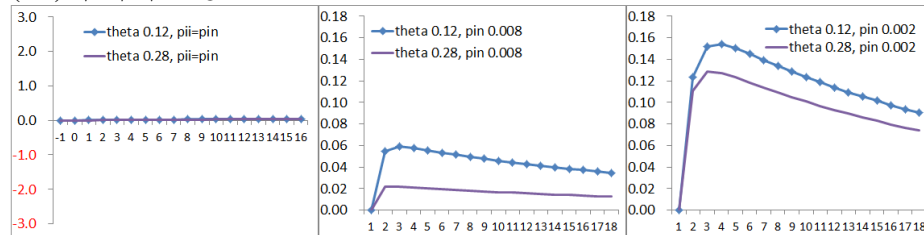
하지만 반대로 투자기회가 비대칭적이라면 특정 기업가에게 일정 기간 동안 지속적으로 투자기회가 실현될 확률은 그만큼 커진다. 이는 투자자의 그룹이 투자기회의 편익이 누적되는 일부 기업가로 구성될 가능성이 클 것임을 시사한다. 투자기회의 편익이 누적되면서 순자산이 늘어나는 일부 기업가들에게 투자기회가 더욱 집중된다. 이 과정에서는 기업가들 사이의 순자산 분포가 불균등한 방향으로 변화하게 된다. 이 사실은 그림의 (2E)에서 확인된다. 그림에서는 π^i 와 π^n 의 차이가 클수록 분산 충격의 영향으로 순자산의 분포가 투자자 쪽으로 더욱 집중되는 점이 확인된다.

그런데 자금조달에 제약이 있는 상황 하에서는 순자산이 큰 기업가에게 투자기회가 집중될 때 경제 전체적으로 더 큰 규모의 투자가 가능해진다. 순자산이 큰 기업가 그룹은 자체 자금의 여력이 크므로 이에 비례하여 외부에서 조달할 수 있는 자금 규모가 클 것이다. 반면에 자체 자금의 여력이 크지 않은 그룹에 투자기회가 집중되면 조달할 수 있는 외부자금 또한 비례적으로 작은 탓에 투자가 크게 늘어나기 어려울 것이다. $\pi^n = \pi^i$ 인 경우 투자기회가 완전히 대칭적이므로 투자기회 실현에 따른 순자산 분포상의 변화가 없고 이에 따라 분산 충격만으로는 집계변수에 변화가 나타나지 않는다. 하지만 π^i 와 π^n 의 차이가 커지면, 즉 투자기회의 비대칭성이 심화되면 비로소 순자산의 분배 양상이 투자기회가 누적되는 일부 기업가들에게 더욱 집중됨으로써 집계변수에도 변화가 초래되게 된다. 요컨대 투자기회의 분산 충격은 기업가들 사이에서 순자산 분포의 변화를 통해 이상 살펴본 바와 같은 투자 변동을 야기하는 것이다.

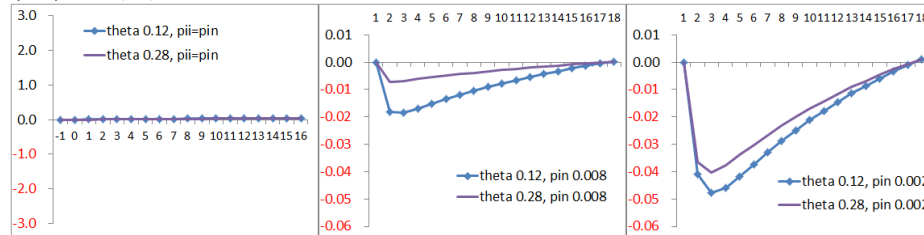
(2A) 산출의 반응



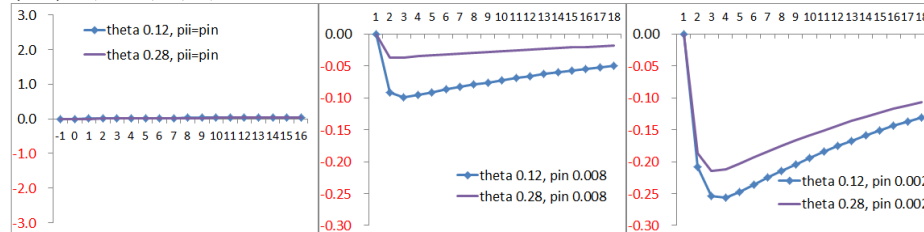
(2B) 투자의 반응



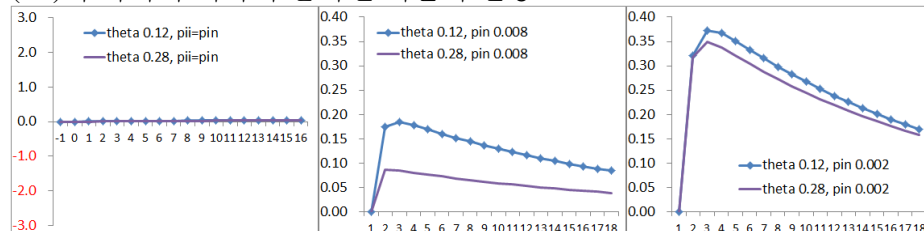
(2C) 소비의 반응



(2D) 지분가격의 반응



(2E) 투자자와 저축자 순자산 비율의 반응



주: 세로축 단위는 %, 가로축 단위는 분기

그림 2: 투자기회의 분산 충격

3.3.3 자금조달제약의 정도에 따른 투자기회 충격의 영향 비교

지금까지의 충격반응분석 결과는 투자기회 충격의 영향이 과급되는 과정에서 자금조달제약이 중요한 역할을 할 수 있음을 시사한다. 그렇다면 자금조달제약의 정도에 따라서는 투자기회 충격의 영향에 어떤 차이가 나타나게 될까? 이 문제를 고려하기 위해 먼저 지분에 대한 수요 K_t^d 와 공급 K_t^s 를 분석한다.

t 기 지분 수요는 t 기 저축자의 기말 지분보유와 기초 지분보유 사이의 차이로부터 구할 수 있다. 개별 저축자의 지분 수요 $k_t^n - \lambda k_{t-1}$ 는 예산제약 (8)에 근거하여 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이를 집계하면 K_t^d 가 된다.

$$k_t^n - \lambda k_{t-1} = \left[\frac{\beta(r_t + q_t \lambda)}{q_t} - \lambda \right] k_{t-1}$$

$$\Rightarrow K_t^d = (K_{t-1} - \pi_t^n K_{t-1}^n - \pi_t^i K_{t-1}^i)(\beta r_t / q_t - (1 - \beta)\lambda)$$

한편 t 기 지분 공급 K_t^s 의 크기는 θI_t 와 같으므로 식 (17A)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 $\partial K_t^d / \partial q_t < 0$ 이고 $\partial K_t^s / \partial q_t > 0$ 이므로 지분 수요와 공급은 각각 q_t 의 감소함수와 증가함수가 된다.

$$K_t^s = (\pi_t^n K_{t-1}^n + \pi_t^i K_{t-1}^i) (\lambda + \beta \theta (r_t + q_t \lambda) / (1 - \theta q_t))$$

투자기회 충격은 지분 수요와 공급에 모두 영향을 미칠 수 있다. 예를 들어 양(+)의 투자기회 수준 충격은 지분수요곡선을 좌측 이동시킴과 동시에 지분공급곡선은 우측으로 이동시킨다. 이는 $\partial K_t^d / \partial \pi_t^n < 0$, $\partial K_t^d / \partial \pi_t^i < 0$ 이고 $\partial K_t^s / \partial \pi_t^n > 0$, $\partial K_t^s / \partial \pi_t^i > 0$ 인 점을 통해 확인할 수 있다. 그런데 그림 1이나 그림 2를 보면 이런 경우 투자가 늘어나면서 지분 가격은 하락한다. 이는 지분공급곡선의 이동 폭이 지분수요곡선 이동 폭보다 큰 경우에 나타날 수 있는 현상이다.

자금조달제약의 정도, 즉 θ 의 크기가 투자기회 충격의 과급에 미치는 영향은 지분에 대한 수요와 공급의 변동을 통해 파악할 수 있다. 다만 투자기회 충격에 대해 지분 공급의 증가가 지분 수요의 감소를 압도하는 점을 감안하면 θ 의 효과는 지분공급곡선과 연관시켜 분석하는 것이 타당하다. 이와 관련하여 주목되는 사실은 지분공급곡선의 기울기가 θ 의 크기와 밀접히 관련되는 점이다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial K_t^s}{\partial q_t} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[(\pi_t^n K_{t-1}^n + \pi_t^i K_{t-1}^i) \beta \theta \left[\frac{\lambda}{1 - \theta q_t} + \frac{\theta (r_t + q_t \lambda)}{(1 - \theta q_t)^2} \right] \right] > 0$$

위 부등식은 θ 가 작을수록 지분공급곡선이 수직에 가까워질 것임을 의미한다. θ 가 작으면 외부자금조달이 어려우므로 지분가격이 오르더라도 지분 공급이 크게 늘어나기 어려운 것이다. 그런데 투자기회 충격으로 지분공급곡선이 우측 이동할 때에는 이렇게 θ 가 작아 기울기가 수직에 가까울수록 균형에서의 지분 수량은 더욱 크게 확대되고 지분가격은 더욱 크게 하락하게 된다. 다음의 그림 3은 이와 같은 가능성을 예시한다.

그림 3에서 지분공급곡선은 지분수요곡선($K_0^d \rightarrow K_1^d$)보다 이동 폭이 크게 그려져 있다. 아울러 지분공급곡선의 우측 이동 폭을 비교하면, 즉 $K_0^s(\theta_H) \rightarrow K_1^s(\theta_H)$ 인 경우와 $K_0^s(\theta_L) \rightarrow K_1^s(\theta_L)$ 인 경우를 비교하면 θ 가 큰 전자에서 그 이동 폭이 더 크게 그려져 있다. 이는 다음 부등식이 성립하기 때문이다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial K_t^s}{\partial \pi_t^X} \right] = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[K_{t-1}^X \left[\lambda + \frac{\beta \theta (r_t + q_t \lambda)}{1 - \theta q_t} \right] \right] > 0$$

단 $X = i, n$ 이다.

그림 예시에서 균형점의 변화를 비교해 보면 θ 가 큰 $A \rightarrow B$ 의 경우보다 θ 가 작은 $A \rightarrow C$ 의 경우에 투자기회 충격의 영향이 증폭되고 있음을 알 수 있다. 그림 1과 그림 2에서 투자기회 충격의 영향이 θ 가 작을수록 증폭된 것은 이와 같은 현상을 반영하는 것으로 분석된다.¹¹

¹¹ 예컨대 투자기회의 수준 충격 $d\hat{\pi}_t^i = d\hat{\pi}_t^n = d\hat{\pi}_t$ 과 관련하여 식 (17L)에서 $d\hat{z}_t = d\hat{K}_{t-1}^n = d\hat{K}_{t-1}^i = 0$ 으로 가정하면 다음의 전미분 관계를 유도할 수 있다.

$$d\hat{I}_t = d\hat{\pi}_t + \left[\frac{q\lambda}{r+q\lambda} + \frac{\theta q}{1-\theta q} \right] d\hat{q}_t$$

그림의 (1D)를 보면 $\hat{q}_t < 0$ 이고 θ 가 작을수록 q_t 의 하락 폭이 크다. $\hat{I}_t < \hat{\pi}_t$ 인 것은 바로 $\hat{q}_t < 0$ 이기 때문이다. 따라서 θ 가 작을수록 투자의 반응이 큰 이유는 투자의 지분가격에 대한 편탄력성을 결정하는 $\theta q/(1-\theta q)$ 가 작기 때문이다(이는 본문의 지분공급탄력성 관련 논리와 일맥상통한다). 한편 이렇게 t 기 투자가 늘어나면 $(t+1)$ 기 투자 변동에 대한 θ 의 영향은 다음 식으로부터 추론이 가능하다(식 (10L)과 (17L)).

$$d\hat{I}_{t+1} = \rho_\pi d\hat{\pi}_t + \left[\frac{q\lambda}{r+q\lambda} + \frac{\theta q}{1-\theta q} \right] d\hat{q}_{t+1} + \frac{\pi^n}{\pi} d\hat{K}_t + \frac{(\pi^i - \pi^n)(1-\lambda)(1-\theta)}{\pi} d\hat{I}_t$$

우변의 마지막 항에서 t 기 투자 증가는 $(t+1)$ 기 투자 증가로 이어지며 θ 가 작을수록 이런 지속성이 강화됨을 알 수 있다. θ 가 작으면 $d\hat{I}_t$ 자체도 크고 아울러 $(\pi^i - \pi^n)(1-\lambda)(1-\theta)/\pi$, 즉 $(t+1)$ 기 투자의 t 기 투자에 대한 편탄력성 또한 크기 때문이다.

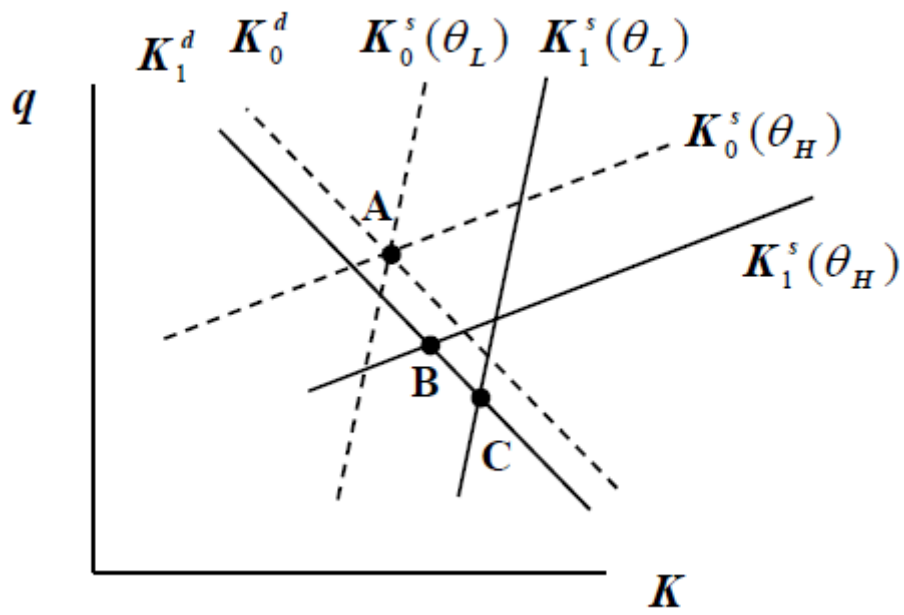


그림 3: 자금조달제약과 투자기회 충격

4. 결론 및 시사점

이 논문에서는 KM 모형의 기본 구조를 토대로 한 새로운 동태일반균형모형을 수립하고 그 경쟁균형의 특성을 분석하였다. 투자기회의 외생적 변동을 모형화하기 위해 자본재 생산 부문에 고유한 투자기회의 수준 충격과 분산 충격을 2부문 모형의 틀 안에서 새롭게 정의하였다. 이를 통해 투자기회 변동이 자금조달제약과의 상호작용을 통해 경기순환에 잠재적으로 어떤 영향을 미칠 수 있는지 살펴보았다. 이 투자기회 충격은 소비재 생산함수의 중요소생산성이 일정한 가운데에도 소비의 투자로의 대체를 유발해 투자 변동을 불러올 수 있는 점에서 생산성충격에 대해 독립적이다.

충격반응분석 결과, 생산성충격과 투자기회 충격은 경기변동에 미치는 영향이 뚜렷하게 달랐다. 투자기회 충격과 순수한 투자기술 충격에 대한 주요 내생변수의 반응 양상을 비교해 보면, 경제주체들 사이의 비대칭성을 고려하지 않는 투자기술 충격에 비해 본 연구에서 새롭게 도입한 투자기회 충격이 보다 풍부한 투자 동학을 드러낼 수 있는 것으로 나타났다(Appendix 3 참조). 본 연구의 분석 결과로서 특히 주목되는 점은 다음의 두 가지이다. 첫 번째는 자금조달제약으로 표현된 금융마찰요인, 그리고 투자기회의 비대칭적 실현에 따른 저축자와 투자자 사이의 부의 재분배, 이상 두 요인이 투자기회 충격의 과급경로에 있어 중요하다는 사실이다. 두 번째는 투자기회가 비대칭적일수록 투자와 산출을 포함한 주요 내생변수의 투자기회 충격에 대한 반응이 더욱 증폭되고 반응의 지속성이 더욱 강화될 수 있다는 점이다.

본 연구가 모형연구로서 갖는 가장 큰 의의는 최초로 투자기회 충격을 모델링하고 금융마찰요인과의 상호작용을 고려하면서 잠재적인 경기변동효과를 동태일반균형모형 틀로 분석한 데 있다고 할 수 있다. 다른 한편으로는 자금조달제약과 유동성제약을 완전히 분리함으로써 KM 모형을 재구성하고 관련 연구에서 아직까지 논의되지 않은 새로운 질문을 중심으로 모형의 특성을 재조명한 점에서도 본 연구는 모형연구로서의 의의를 갖는다고 할 수 있다.

다만 본 연구는 현실의 복잡성을 충분히 반영하기 힘든 추상적인 동태일반균형 이론모형에 대한 정성적인 분석 결과인 점을 유의해야 한다. 이 논문의 분석 결과는 자금조달제약 하에서 투자기회 변동이 경기순환에 잠재적으로 미칠 수 있는 영향에 대한 이론적 가설을 제공한다. 따라서 향후 투자 변동을 야기하는 원인과 그 작용 메커니즘에 대한 실증 연구를 통해 실증적 적합성이 보완될 필요가 있다. 생산성충격과 자본재 부문 투자기회

변동 각각이 투자 변동에 실제로 어느 정도 기여하는지에 대한 정량적인 검토가 요구된다. 그 과정에서는 투자기회의 확률과정을 실증적으로 측정해야 하는 어려운 과제가 제기될 것으로 보인다. 이 점은 추후 별도의 연구를 통해 해결책을 모색하고자 한다.

끝으로 본 연구는 산업정책 측면에서 일정한 시사점이 있다. 첫째, 정책적으로 투자 촉진을 추구하려면 전반적인 내수 부양 외에도 자본재 부문에 특수한 요인들에도 관심을 기울일 필요가 있어 보인다. 둘째, 투자기회의 분산 충격에 대한 충격반응분석 결과는 성숙기 업종이 아닌, 투자기회가 상대적으로 풍부한 성장기 업종 중심의 투자 지원이 단기적인 경기활성화를 위한 효과적 선택일 수 있음을 시사한다.

참고문헌

- Ajello, A. (2014). Financial intermediation, investment dynamics and business cycle fluctuations, mimeo.
- Bachmann, R., R. J. Caballero, and E. M. R. A. Engel (2013). Aggregate implications of lumpy investment: New evidence and a DSGE model, *American Economic Journal: Macroeconomics* 5, 29-67.
- Bernanke, B. S., and M. Gertler (1989). Agency Costs, net worth, and business fluctuations, *American Economic Review* 79, 14-31.
- Bigio, S. (2012). Liquidity shocks and the business cycle: What next?, mimeo.
- Cooley, T. F., and E. C. Prescott (1994). Economic growth and business cycles, in *Frontiers of Business Cycle Research*, 1-38, ed.. T. Cooley, Princeton University Press, New Jersey.
- Del Negro, M., G. Eggertsson, A. Ferrero, and N. Kiyotaki (2011). The great escape? A quantitative evaluations of the Fed's liquidity facilities, *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports* 520.
- Doms, M., and T. Dunne (1998). Capital adjustment patterns in manufacturing plants, *Review of Economic Dynamics* 1, 409-429.
- Gourio, F., and A. K. Kashyap (2007). Investment spikes: New facts and a general equilibrium exploration, *Journal of Monetary Economics* 54, 1-22.

- Greenwood, J., Z. Hercowitz, and G. Huffman (1988). Investment, capacity utilization and the real business cycle, *American Economic Review* 78, 402-417.
- Greenwood, J., Z. Hercowitz, and P. Krusell (2000). The role of investment-specific technological change in the business cycle, *European Economic Review* 44, 91-115.
- Kiyotaki, N., and J. Moore (2008). Liquidity, business cycles, and monetary policy, mimeo.
- Nezafat, M., and C. Slavik (2013). Asset prices and business cycles with financial shocks, mimeo.
- Samuelson, P. A. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming, *Review of Economics and Statistics* 51, 239-246.
- Shi, S. (2012). Liquidity, assets and business cycles, mimeo.
- Summers, R., and A. Heston (1984). Improved international comparisons of real product and its composition: 1950-1980, *Review of Income and Wealth* 30, 207-262.
- Torres, J. L. (2014). *Introduction to Dynamic Macroeconomic General Equilibrium Models*, Vernon Press.

Appendix 1: 경쟁균형의 균제상태 특성

식 (19)와 (10A)로부터 다음의 균제상태 표현을 얻을 수 있다.

$$K^n = vK, K^i = (1 - v)K \Rightarrow \pi^n K^n + \pi^i K^i = \pi K$$

식 (19)와 (10A)를 (18)에 대입하면 $K_t = I_t + \lambda K_{t-1}$ 이므로 균제상태에서는 $I = (1 - \lambda)K$ 의 관계가 성립한다. 따라서 식 (17A)의 균제상태 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (1 - \theta q)(1 - \lambda)K &= \pi \beta (r + q\lambda)K \\ \Rightarrow \pi \beta aK^{\alpha-1} - (1 - \theta q)(1 - \lambda) + \pi \beta q\lambda &= 0 \end{aligned} \quad (A1)$$

식 (A1)에는 식 (22)의 균제상태 표현, 즉 $rK = aK^\alpha$ 의 관계가 반영되어 있다. 한편 식 (15A)와 (16A)로부터 균제상태에서 다음이 성립하므로,

$$C^n + C^i = (1 - \beta)(aK^\alpha + q\lambda K)$$

식 (7A)의 균제상태 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^n + C^i + (1 - \lambda)K &= aK^\alpha \\ \Rightarrow -\beta aK^{\alpha-1} + 1 - \lambda + (1 - \beta)q\lambda &= 0 \end{aligned} \quad (A2)$$

두 식 (A1)과 (A2)는 내생변수 (q, K)에 대한 연립방정식으로서 균제상태의 경쟁균형을 나타낸다. 이 균제상태에서 다음의 [정리 1]과 [정리 2]가 성립한다.

정리 1. 외생변수 (π, θ)에 대하여 $\frac{\partial q}{\partial \pi} < 0$, $\frac{\partial q}{\partial \theta} < 0$, $\frac{\partial K}{\partial \pi} > 0$, $\frac{\partial K}{\partial \theta} > 0$ 이다.

Proof. 식 (A1)과 (A2)를 전미분한 다음 $da = 0$ 으로 놓고 정리하면 다음과 같다.

$$J \begin{bmatrix} dq \\ dK \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta(aK^{\alpha-1} + q\lambda)d\pi + q(1 - \lambda)d\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{단 } J \equiv \begin{bmatrix} -\theta(1 - \lambda) - \pi\beta\lambda, & (1 - \alpha)\pi\beta aK^{\alpha-2} \\ (1 - \beta)\lambda, & (1 - \alpha)\beta aK^{\alpha-2} \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

여기서 $|J| = -(1 - \alpha)\beta aK^{\alpha-2}[\theta(1 - \lambda) + \pi\lambda]$ 이므로 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial q}{\partial \pi} = \frac{\begin{vmatrix} \beta(aK^{\alpha-1} + q\lambda), & (1 - \alpha)\pi\beta aK^{\alpha-2} \\ 0, & (1 - \alpha)\beta aK^{\alpha-2} \end{vmatrix}}{|J|} = -\frac{\beta(aK^{\alpha-1} + q\lambda)}{\theta(1 - \lambda) + \pi\lambda} < 0$$

$$\frac{\partial q}{\partial \theta} = \frac{\begin{vmatrix} q(1 - \lambda), & (1 - \alpha)\pi\beta aK^{\alpha-2} \\ 0, & (1 - \alpha)\beta aK^{\alpha-2} \end{vmatrix}}{|J|} = -\frac{q(1 - \lambda)}{\theta(1 - \lambda) + \pi\lambda} < 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial \pi} = \frac{\begin{vmatrix} -\theta(1 - \lambda) - \pi\beta\lambda, & \beta(aK^{\alpha-1} + q\lambda) \\ (1 - \beta)\lambda, & 0 \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{(1 - \beta)\lambda(aK^{\alpha-1} + q\lambda)}{(1 - \alpha)aK^{\alpha-2}[\theta(1 - \lambda) + \pi\lambda]} > 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta} = \frac{\begin{vmatrix} -\theta(1-\lambda) - \pi\beta\lambda, & q(1-\lambda) \\ (1-\beta)\lambda, & 0 \end{vmatrix}}{|J|} = \frac{(1-\beta)q\lambda(1-\lambda)}{(1-\alpha)\beta aK^{\alpha-2}[\theta(1-\lambda) + \pi\lambda]} > 0$$

□

평균 투자기회 확률이 높거나 외부자금조달이 용이할수록 자본형성이 활발하게 이루어지므로 균제상태의 자본과 지분은 커진다. 그리고 그런 경우에 신규 지분 공급이 더 큰 규모로 이루어지므로 다른 조건이 일정하다면 지분 가격은 낮게 형성된다.

정리 2. 투자기회가 실현되지 않은 경우의 지분 수익률은 시간선회율을 하회한다. 즉 다음이 성립한다.

$$R^n = \frac{r+q\lambda}{q} < \frac{1}{\beta}$$

Proof. 식 (8)과 (15), (11)과 (16)을 활용하면 균제상태에서 다음 관계를 확인할 수 있다.

$$qK^n = \beta(r+q\lambda)(1-\pi)K \Leftrightarrow vq = (1-\pi)\beta(r+q\lambda)$$

$$q^i K^i = \beta(r+q\lambda)\pi K \Leftrightarrow (1-v)q^i = \pi\beta(r+q\lambda)$$

이들로부터 다음 두 식이 유도되는데,

$$\frac{r+q\lambda}{q} = \frac{1}{\beta} \frac{v}{1-\pi} \quad (A3)$$

$$\frac{v}{1-\pi} q = \frac{1-v}{\pi} q^i \quad (A4)$$

$1-v = (1-\lambda)(1-\theta)$ 이고, $(1-\theta)q^i = 1-\theta q$ 이므로 식 (A4)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$(1-\lambda)(1-\pi)(1-\theta q) = \pi v q \Rightarrow q = \frac{(1-\lambda)(1-\pi)}{(1-\lambda)(1-\pi) + \pi - (1-\lambda)(1-\theta)}$$

가정에 의해 $q > 1$ 이므로 다음이 성립해야 한다.

$$\pi - (1-\lambda)(1-\theta) < 0 \Leftrightarrow \frac{v}{1-\pi} < 1$$

이에 따라 식 (A3)로부터 다음 부등식이 유도된다.

$$\frac{r+q\lambda}{q} = \frac{1}{\beta} \frac{v}{1-\pi} < \frac{1}{\beta}$$

□

예산제약 (2)는 노동자가 소득을 전액 소비하며 지분을 보유하지 않는다고 가정한다. 이는 노동자가 투자기회로부터 원천적으로 배제된 관계로 [정리 2]에 의해 수익률이 너무 낮은 지분을 보유할 이유가 없기 때문이다. 반면 기업가는 당장은 투자기회가 실현되지 않았더라도 다음 기의 투자기회 실현에 대비해 충분한 자체 자금을 미리 확보해두는 편이 유리하며 이를 위해 저축 수단으로서 지분을 기꺼이 보유한다.

Appendix 2: 충격반응분석 - 생산성충격의 영향

모형 경제에서 투자 변동과 관련된 충격은 부문별로 정의할 수 있다. 이를 위해 소비재 부문의 생산함수에 포함된 총요소생산성에 대해 다음과 같은 외생적 확률과정을 가정한다.

$$\log z_t = (1 - \rho_z) \log z + \rho_z \log z_{t-1} + \varepsilon_t^z$$

아울러 소비재 부문의 단위 생산성충격은 다음과 같이 정의한다.

$$\varepsilon_0^z = +1, \quad \varepsilon_t^z = 0, \quad \forall t \neq 0$$

이에 대한 주요 내생변수의 반응은 그림 A와 같다. 단 그림은 $\theta = 0.15$ 인 경우의 예시이다.

그림을 보면 양(+)의 생산성충격에 대해 투자가 늘어나면서 산출이 증가하고 지분 가격도 함께 상승하는 점을 알 수 있다. 총요소생산성이 커지면 자본의 한계생산이 증가하는데, 이로 인해 투자자의 순자산이 늘어난다. 이는 곧 투자에 충당할 수 있는 자체 자금 여력의 증가를 의미한다. 그리고 자체 자금이 늘어나면 늘어나는 만큼 이에 비례해 더 많은 외부자금을 조달할 수 있게 된다. 따라서 총요소생산성 확대는 투자 증가를 수반하게 된다. 한편 자본의 한계생산 증가로 저축자의 순자산 역시 증가한다. 이는 지분 수요의 증가로 이어진다. 투자 증가로 지분 공급이 늘어나는 가운데에도 지분가격이 상승한 것은 이 때문이다. 지분 수요 증가 폭이 지분 공급 증가 폭보다 더 크기 때문이다.

(AB)에서 투자는 π^i 와 π^n 의 격차가 커 기업가 간 투자기회의 비대칭성이 클수록, 즉 그림의 오른쪽으로 갈수록 이상의 반응이 증폭되는 점이 확인된다. 그 이유는 투자기회가 일부 투자자 그룹에 집중될수록 저축자로부터 투자자로의 부의 재분배가 확대되고 이로 인해 저축자 순자산에 비해 투자자 순자산이 더 크게 증가하기 때문이다. 이 점은 (AE)에서 분명히 확인할 수 있다. 마지막으로 (AD)에서는 지분 가격이 균제상태로부터 1.2% 상승한 다음부터는 π^i 와 π^n 의 격차가 클수록 균제상태 수준으로 더 빠르게 하락하는 점도 눈에 띈다. 이는 저축자의 순자산이 상대적으로 보다 크게 감소해 지분 수요가 보다 급격히 줄어드는 현상을 반영한다.

Appendix 3: 투자기술 충격

“투자기술 충격”이라는 개념은 본 연구에서 처음으로 도입한 것으로서 기존 문헌에서 연구된 투자기술 충격과는 공통점과 차이점이 있다. 이들은 소비의 투자로(부터)의 대체를 통해 투자와 산출에 영향을 미칠 수 있는 자본재 부문 요인이라는 점에서 공통적이다. 하지만 순수한 투자기술 충격은 무엇보다도 기업가들 사이의 비대칭성을 전제하지 않더라도 정의될 수 있는 점에서 본고에서 정의한 투자기술 충격과는 차이가 있다.

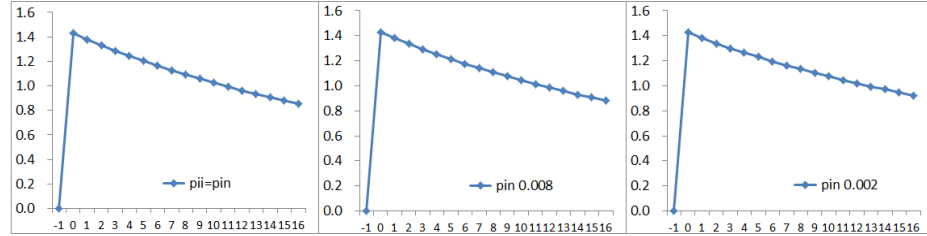
투자기술 변동을 다룬 기존 연구의 모델링 방식을 준용하면 현재 이 논문의 모형 경제에서도 순수한 투자기술 충격이 도입될 수 있다. 기존 문헌에서 투자기술 변화는 기본적으로 다음의 자본축적과정 식의 κ_t 가 외생적으로 변동하는 것으로서 표현되었다.

$$K_t = \kappa_t I_t + \lambda K_{t-1}$$

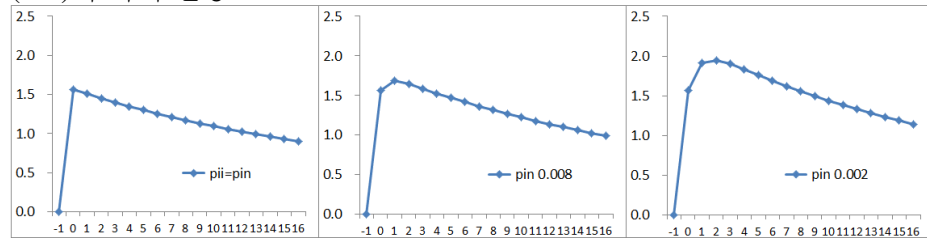
표준적인 신고전학과 모형에서는 $\kappa_t = 1, \forall t$ 로서 이런 경우 투자기술은 소비재 한 단위를 자본재 한 단위로 전환하는 것에 해당된다. 하지만 투자기술이 개선되어 κ_t 가 1보다 커지면 소비재 한 단위로 $\kappa_t > 1$ 단위만큼의 신규 자본재를 만들 수 있게 되는 것이다.

이제 우리의 모형 경제에 투자기술 변화를 도입하기 위해서는 t 기 투자자가 소비재를 i_t 단위만큼 투입해서 $\kappa_t i_t$ 만큼의 자본재를 얻는 것으로 투자기술과 관련된 가정을 바꾸어야 한다. 이런 경우 투자자는 지분을 $\kappa_t i_t$ 만큼 발행해 이 중에 $\theta \kappa_t i_t$ 만큼의 지분은 저축자에게 매도하고 $(1 - \theta) \kappa_t i_t$ 만큼의 지분은 투자자가 스스로 보유하게 된다. 그리고 이 과정에서 투자자는 소비재를 $\theta q_t \kappa_t i_t$ 만큼 확보한다. 투자에 필요한 소비재 i_t 가운데 $\theta q_t \kappa_t i_t$ 는 외부로부터 조달할 수 있으므로 $(1 - \theta q_t \kappa_t) i_t$ 는 자체 자금으로 확보해

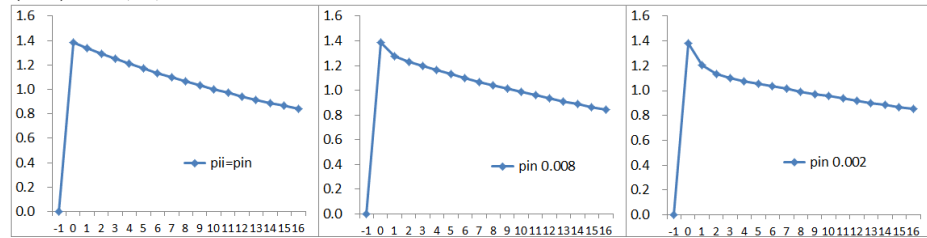
(AA) 산출의 반응



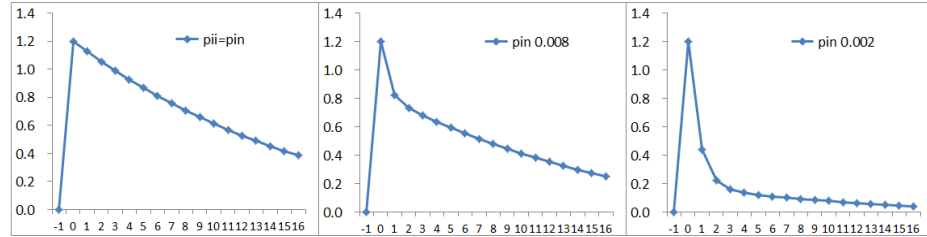
(AB) 투자의 반응



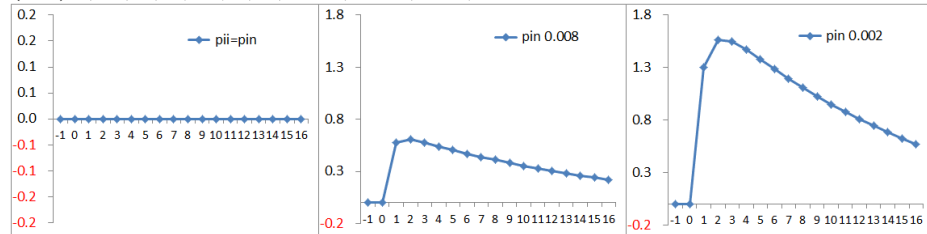
(AC) 소비의 반응



(AD) 지분 가격의 반응



(AE) 투자자와 저축자 순자산 비율의 반응



주: 세로축 단위는 %, 가로축 단위는 분기

그림 4: 생산성충격의 영향

야 한다. 이에 따라 본문의 식 (9)와 (10)은 투자기술 변동을 도입하는 경우 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$(1 - \theta q_t \kappa_t) i_t = (r_t + q_t \lambda) k_{t-1} - c_t^i \quad (\text{A5})$$

$$k_t^i = (1 - \theta) \kappa_t i_t \quad (\text{A6})$$

투자자는 자체 자금을 $(1 - \theta q_t \kappa_t) i_t$ 만큼 투입해 지분을 $(1 - \theta) \kappa_t i_t$ 만큼 인수한다. 따라서 투자자의 지분 매입가격 q_t^i 및 예산제약은 다음과 같게 된다.

$$q_t^i = \frac{1 - \theta q_t \kappa_t}{(1 - \theta) \kappa_t} \quad (\text{A7})$$

$$c_t^i + q_t^i k_t^i = (r_t + q_t \lambda) k_{t-1} \quad (\text{A8})$$

한편 본문의 투자함수식 (17) 또한 다음과 같이 바뀐다.

$$i_t = \frac{\beta (r_t + q_t \lambda)}{1 - \theta q_t \kappa_t} k_{t-1} \quad (\text{A9})$$

순수한 투자기술 충격의 영향을 투자기회 변동의 영향과 비교하기 위해서는, 이 논문에서 투자기회 충격을 정의하기 위해 도입했던 경제주체들 사이의 투자기회 측면에서의 비대칭성을 다시 제거할 필요가 있다. 이는 곧 $\pi_t^n = \pi_t^i = \pi, \forall t$ 임을 의미한다. 이 점을 반영하면 순수한 투자기술 충격이 감안된 경쟁균형의 조건식은 본문의 (1A), (2A), (3A), (7A), (18), (20), (22) 및 아래 제시하는 다섯 개의 식으로 구성된다.

$$K_t^i = (1 - \theta) \kappa_t I_t \quad (\text{A6A})$$

$$C_t^n = (1 - \beta) (r_t + q_t \lambda) (1 - \pi) K_{t-1} \quad (\text{A10})$$

$$C_t^i = (1 - \beta) (r_t + q_t \lambda) \pi K_{t-1} \quad (\text{A11})$$

$$I_t = \frac{\beta (r_t + q_t \lambda) \pi K_{t-1}}{1 - \theta q_t \kappa_t} \quad (\text{A9A})$$

$$K_t^n = \theta \kappa_t I_t + \lambda K_{t-1} \quad (\text{A10A})$$

κ_t 의 균제상태 값은 $\kappa = 1$ 로 가정하는 것이 자연스러울 것이다. 이제 모형 경제의 동학은 다음의 로그선형화된 경쟁균형 조건식들과 본문의 식 (1L), (2L), (3L), (7L), (15L), (18L), (20L), (22L)에 의해 표현된다.

$$\hat{K}_t^i = \hat{\kappa}_t + \hat{I}_t \quad (\text{A6L})$$

$$\hat{C}_t^i = \frac{1}{r + \lambda q} [r \hat{\pi}_t + \lambda q \hat{q}_t] + \hat{K}_{t-1} \quad (\text{A11L})$$

$$\hat{I}_t = \frac{r}{r + \lambda q} \hat{\pi}_t + \left[\frac{\lambda q}{r + \lambda q} + \frac{\theta q}{1 - \theta q} \right] \hat{q}_t + \frac{\theta q}{1 - \theta q} \hat{\kappa}_t + \hat{K}_{t-1} \quad (\text{A9L})$$

$$v \hat{K}_t^n = \theta (1 - \lambda) (\hat{\kappa}_t + \hat{I}_t) + \lambda \hat{K}_{t-1} \quad (\text{A10L})$$

투자기술 변화를 표현하는 외생변수 κ_t 의 확률과정이 다음과 같다면

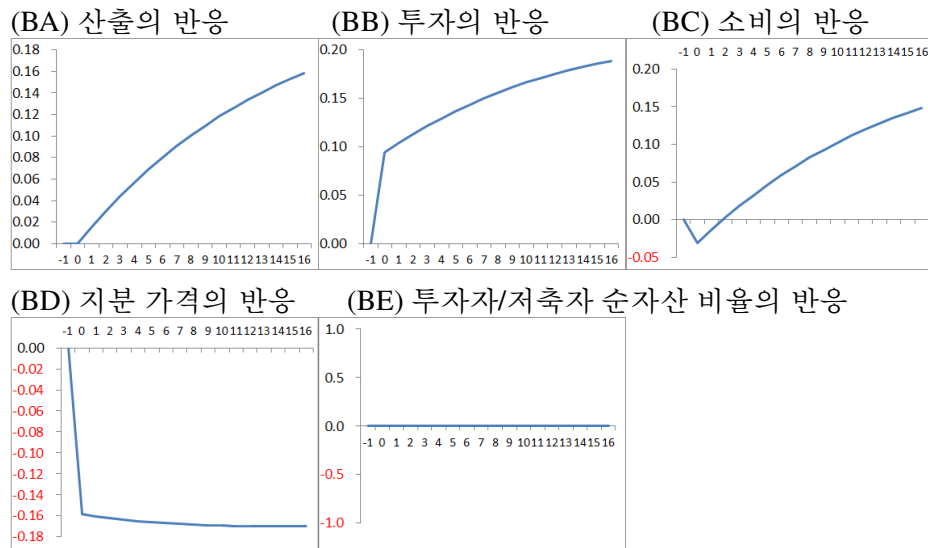
$$\log \kappa_t = (1 - \rho_\kappa) \log \kappa + \rho_\kappa \log \kappa_{t-1} + \varepsilon_t^\kappa$$

양(+)의 순수한 투자기술 충격은 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$\varepsilon_0^\kappa = +1, \quad \varepsilon_t^\kappa = 0, \quad \forall t \neq 0$$

이 투자기술 충격에 대한 주요 내생변수의 반응은 그림 B와 같았다. 단 그림은 $\theta = 0.15$ 인 경우를 예시하고 있으며 분석에서는 충격이 어느 정도 지속성을 띠도록 앞선 다른 충격반응분석의 경우와 마찬가지로 $\rho_\kappa = 0.95$ 로 가정하였다.

그림을 보면 투자기술이 향상되면 투자와 산출이 증가하며 이와 함께 소비의 경우에는 충격 직후에 하락했다가 다시 반등하는 모습이 나타난다. 소비가 단기적으로 하락하는 이유는 투자기술 충격이 실현되면 소비의 투자로의 대체가 유발되기 때문이다. 이 점은 투자기회 충격과 마찬가지로이다. 하지만 투자기술 충격의 경우 충격 이후 2분기가 경과하면서 소비가 균제상태를 상회하면서 이후 증가하지만, 투자기회 충격에서는 그와 같은 현상이 보이지 않은 점은 대조적이다. 이는 투자기회 충격에 비해 투자기술 충격이 가져오는 소득효과가 큰 때문으로 보인다. 한편 지분가격의 반응을 보면, 투자기술 충격의 경우에도 투자기회 충격과 마찬가지로 지분 공급 증가를 수반하며 이에 따라 지분가격이 두 충격에 대해 모두 하락하는 공통된 모습이 나타났다. 투자기술 충격에 대한 이와 같은 충격반응분석 결과는 기존 문헌에서 확인되는 투자기술 충격에 대한 충격반응분석 결과와 질적으로 차이가 없음을 알 수 있다.



주: 세로축 단위는 %, 가로축 단위는 분기

그림 5: 투자기술 충격의 영향