

Heterogeneous Expectations and Transmission Mechanisms of Public Debt

Tack Yun *

Abstract In this paper, heterogeneous expectations of households about future economic growth take place because of different forecasts of future economic growth made by different public agencies. In an economy with only riskless real bonds, households with pessimistic beliefs tend to accumulate more wealth than those with correct beliefs about future economic growth. To the extent which the equilibrium interest rate rises with the outstanding amount of the public debt, this result implies that fiscal policy can have impact on the distribution of consumption and wealth of individual households. In particular, this distributional impact of fiscal policy depends on the structure of financial market when households are heterogeneous in their beliefs.

Keywords Heterogeneous Beliefs, Public Debt, Consumption and Wealth Inequalities

JEL Classification E62, G12, H31

*E-mail:tackyun@snu.ac.kr. This work was supported by the National Research Foundation of Korea Grant funded by the Korean government (NRF-2014S1A3A2044637). I appreciate supports and comments from participants of Fiscal Experts Network of Korea Institute of Public Finance. All errors are my own.

공공부채의 파급경로에서의 기대의 역할

윤택*

Abstract 본 논문에서는 개별 가계가 미래 경제상황에 대하여 서로 다른 믿음을 지속적으로 유지하는 상황에서 공공부채의 변화가 가계의 소비와 부의 배분에 미치는 효과를 분석한다. 본 논문의 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다. 첫째, 국내 총생산의 예측치 또는 재정통계를 추계하는 여러 개의 공공기관이 존재한다면 민간 경제주체의 기대형성에서 미래에 대한 비동질적인 믿음을 가지게 할 가능성이 존재할 수 있다. 둘째, 미래에 대하여 상대적으로 비관적인 믿음을 가진 가계가 금융투자를 통하여 부를 축적하는가의 여부는 금융시장의 완전성 여부에 따라서 달라진다. 이와 같은 상황 하에서 정부의 재정정책은 소비와 부의 불균등을 심화시킬 수 있다.

Keywords 이질적 기대, 공공부채, 소비와 부의 불균등

JEL Classification E62, G12, H31

*E-mail:tackyun@snu.ac.kr. 이 논문은 2014년도 정부재원(교육과학기술부 사회과학연구지원사업비)으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었다(NRF-2014S1A3A2044637). 조세연구원의 재정전문가의 네트워크의 지원과 논평에 감사드린다.

1. 서론

본 논문에서는 개별 가계 및 기업들이 미래의 경제상황에 대한 서로 다른 믿음을 지속적으로 유지하는 상황에서 공공부채의 변화가 가계의 소비 및 부의 배분 등에 미치는 효과를 분석한다.

본 논문의 연구내용은 다음과 같이 요약된다. 첫째, 한국의 경제 성장률 자료를 사용하여 경제위기가 발생하는 확률과정을 실증 분석하고, 일반적인 가계들이 공공기관 및 경제 연구소 등에서 발표된 예측치를 참고하여 경제성장률의 변화과정에 대한 정보를 획득한다는 가정 하에서 경제성장률 및 재정변수들에 대하여 정확한 정보를 가진 가계와 상대적으로 비관적인 믿음을 가진 가계가 발생할 수 있는 가능성을 분석한다. 둘째, 미래상황에 대한 서로 다른 믿음을 가진 가계들이 공존하는 경제에서 공공부채 발행의 증가가 가계의 소비 및 자산선택에 미치는 효과를 분석한다. 가계와 기업들의 미래에 대한 믿음의 차이가 지속될 수 있는 상황에서 공공부채의 규모가 일정수준 이상으로 증가하면 부채가 상대적으로 많은 가계의 이자비용을 증가시키는 효과를 발생시킨다.

본 논문의 분석이 기존의 연구결과와 차별화되는 점을 세 가지로 요약할 수 있다. 첫째, 정부기관내의 경제전망에 대한 서로 다른 의견이 언론을 통하여 발표되면 가계의 기대형성에 직접적인 영향을 미치게 되어 결과적으로 가계의 소비 및 금융투자의 결정에 영향을 미칠 수 있음을 보인다. 금융시장의 완전성 정도에 따라서 서로 다른 믿음을 가진 가계의 부의 축적이 달라질 수 있음은 기존의 연구에서 이미 분석되어 왔다. 기존 연구와의 차이점은 공공기관의 예측치의 차이로 인하여 민간경제 주체들의 비동질적인 믿음이 발생할 수 있음을 고려한다는 것이다. 둘째, 가계들의 믿음이 서로 엇갈리는 상황이 장기간 지속될 가능성이 있으며 이 경우 가계들이 보유한 금융자산의 가치로 측정된 소비와 부의 불평등이 발생한다. 이러한 상황에서 공공부채가 증가한다면 이는 부채제약에 걸리는 가계의 이자비용부담을 증가시켜 이들의 소비감소를 더욱 가속화 시키는 효과가 있음을 보인다. 이를 위하여 민간의 금융시장이 불완전하면서 동시에 가계의 일부분이 부채제약조건에 제약을 받는 상황 하에서 재정정책 기조의 변화가 소비 불균등에 미치는 효과를 분석한다. 예를 들어 균형 재정정책 기조와 국채발행을 통하여 적자재정기조가 가능한 상황을 비교분석하면 공공부채에 대한 상한이 있는 경우 정부의 국채발행증가는 소비불균등을 증가시킨다.

앞에서 설명한 연구결과를 토대로 논문의 함의를 다음과 같이 정리할 수

있다. 국내 총생산의 예측치 또는 재정통계를 추계하는 여러 개의 공공기관이 존재한다면 민간 경제주체의 기대형성에서 미래에 대한 비동질적인 믿음을 가지게 할 가능성이 존재할 수 있는데 미래에 대하여 상대적으로 비관적인 믿음을 가진 가계가 금융투자를 통하여 부를 축적하는가의 여부는 금융시장의 완전성 여부에 따라서 달라진다. 정부의 재정정책은 이자율을 변화시켜 소비와 부의 불평등을 심화시킬 수 있다. 이러한 재정정책의 효과는 기존의 연구에서 강조되지 않은 재정정책의 새로운 전달경로라고 할 수 있다.

다음의 2장에서는 관련연구의 연구결과에 대하여 간략하게 정리한다. 3장에서는 경제위기가 발생할 확률에 대한 실증분석과 가계의 기대 형성에서의 정부의 역할을 설명한다. 4장에서는 가계들이 미래에 대하여 서로 다른 믿음을 가지고 있으며 자신의 믿음을 관측된 경제자료를 보고 학습 과정에 의해서 수정해가는 점을 고려한 경제모형을 설명한다. 5장에서는 공공부채가 가계소비와 부의 배분에 미치는 효과를 분석한다. 6장에서는 결론을 요약한다.

2. 관련연구에 대한 서베이

본 장에서는 본 연구와 관련된 기존연구의 연구결과들을 간략하게 정리하여 본 연구의 의의를 이해하는데 도움이 되도록 한다. 경제활동을 하는 개별 경제주체들이 미래의 상황에 대하여 서로 다른 믿음을 가지고 있다면 개별 경제주체들이 시장경제에서 지속적으로 존속하기 위해서는 보다 정확한 믿음을 가져야 될 필요가 있다는 점이 강조되어 왔다. 이와 같은 프리드만 (1953)의 주장을 시장선택가설(Market Selection Hypothesis)이라고 한다.

그러나 최근에 들어 시장선택가설이 성립하지 않는 경우를 분석한 연구들이 등장한다. Xiong (2013)의 최근 서베이에 수록된 다음과 같은 예를 소개한다. 낙관적인 전망을 가진 투자자가 정확한 전망을 가진 투자자에 비해서 상대적으로 위험을 감수할 유인이 크다고 할 수 있으므로 이들이 위험자산에 상대적으로 투자를 많이 하고 그 결과로 더 큰 위험 프리미엄을 보장 받는다면 낙관적인 전망을 가진 투자자의 금융자산이 정확한 전망을 하고 있는 투자자에 비해서 더욱 빠르게 증가할 수 있다. 위험자산의 투자수익률이 무위험 증권의 수익률에 비해서 평균적으로 높은 상황이 지속된다면 위험을 감수하는 낙관적인 투자자의 자산이 보다 더 높게 실현될 수 있다. 또한 Blume과 Easley (2006)는 자산시장이 불완전할 때에 시장선택

가설이 실패할 수 있음을 보인다. 특히 시간선호할인인자가 동일하더라도 부정확한 전망을 가진 투자자가 정확한 전망을 가진 투자자보다 더 나은 결과를 얻을 수 있다는 점을 보인다.

Cogley, Sargent, and Tsyrennikov (2014)는 금융시장의 구조가 서로 다른 전망을 가진 가계들간 장기적인 부의 불평등에 미치는 효과를 분석하였다. 이들의 분석에서도 자산시장이 완전하면 정확한 전망을 가진 투자자가 결국 승자가 된다. 그러나 자산시장이 완전하지 않다면 비관적인 가계는 계속해서 저축하여 부를 축적하고 정확한 가계는 이러한 비관적인 가계의 특성을 이용하여 채권을 판매하려고 하기 때문에 결국 그들의 부채제약에 걸리는 상황에 이르게 된다는 점을 강조한다. 아울러 Blume, Cogley, Easley, Sargent, and Tsyrennikov (2013)에서는 이러한 결과에 의거하여 전망의 차이가 크거나 가계들이 충분히 미래지향적이면 금융거래가 완전히 금지된 상황이 금융시장이 완전한 경우보다 더 높은 후생을 가져다 줄 수 있다고 주장한다.

본 연구에서 분석하고자 하는 DSGE 모형에서는 가계의 비동질적인 요소를 도입하고 있는데 비동질적 가계로 구성된 경제에서 서로 다른 가계의 수는 총량변수의 변동에 중요한 함의를 가질 수 있다. 특히 Den Haan (2001)은 서로 다른 가계간의 부의 차이는 서로 다른 가계의 수가 매우 많은 상황보다는 2개의 그룹으로 나눌 수 있는 가계의 비동질성의 정도가 훨씬 작은 상황에서 발생할 수 있다고 주장한다.

단지 2개의 서로 다른 가계가 존재하는 경우에는 개별 가계의 특수한 상황이 시장이자율에 반영될 수 있다. 그러나 수없이 많은 서로 다른 가계가 존재하고 이들의 부가 전체 경제에 비하여 작은 경우에는 가계의 특수한 상황들이 시장이자율에 반영되지 않는다. 따라서 전자의 경우에 이자율의 변동성이 더 높은 것으로 나타난다. 본 논문에서도 가계의 비동질적인 기대를 도입하고 있는데 앞에서 설명한 Den Haan의 결과가 성립할 수 있을 것으로 짐작할 수 있다.

3. 경제위기 발생확률에 대한 실증분석

본 장에서는 한국의 경제 성장률 자료를 사용하여 경제위기가 발생하는 확률과정을 실증 분석한다. 본 장에서 경제위기가 발생하는 확률을 매우 단순화된 모형을 이용하여 추정하는데, 이처럼 단순한 모형을 선택한 이유는 다음 장에서 설명할 이론모형에서 상정한 경제주체의 기대형성과정과 동일한 모형을 한국의 자료를 이용하여 추정하고자 하기 때문이다. 그러므

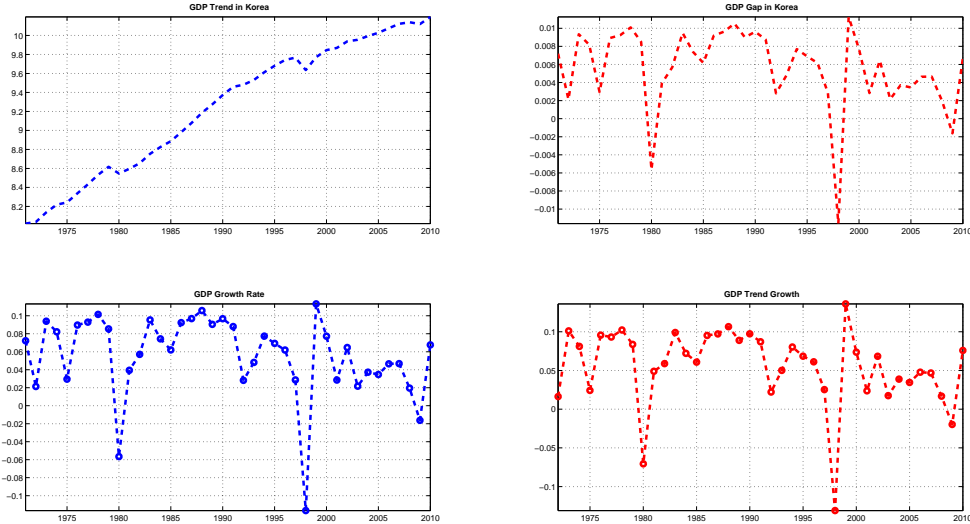


그림 1: 한국의 잠재성장률과 생산갭의 추정결과

로 경제위기의 발생을 예측만을 주목적으로 하는 계량모형으로 추정하는 경우와는 차별화된다는 점을 미리 밝혀 둔다.

특히 본 장에서는 잠재적 경제위기와 실제의 경제위기가 다를 수 있는 가능성을 고려한다. 이와 같이 구분하는 이유는 잠재 성장률이 급격하게 감소하는 상황이 발생하더라도 거시경제정책의 적절한 대응이나 일시적인 대외수출호조에 의한 총수요 증가로 인하여 경제위기가 실제로 발생하지 않는 상황을 고려하기 위해서이다.

본 장의 실증분석에서는 기존의 GDP 시계열 분석에서 널리 사용되어온 Beveridge-Nelson의 가정을 그대로 반영하여 다음과 같이 가정한다. 첫째, 실제의 경제성장률은 직접 관측되지 않는 2개의 확률변수로 분해할 수 있다고 가정한다. 이러한 가정은 실질 GDP는 잠재 GDP와 GDP갭의 합으로 분해되고 실질 GDP는 관측이 가능하지만 잠재 GDP와 GDP갭은 직접 관측이 되지 않는 상황을 의미한다. 둘째, 잠재 GDP는 임의보행(random walk)의 확률과정을 따르는 것으로 가정한다. 특히 본 논문에서 사용한 Beveridge-Nelson의 분해는 분석의 대상인 실질 GDP만을 고려하는 분해를 실시하였으며 다른 변수들을 포함하지 않았다. 그 이유는 뒤에서 설명할 이론모형의 분석과 실증분석이 일치되도록 하기 위함이다.

한국의 실질 GDP의 연도별 자료에 대하여 Beveridge-Nelson의 분해를

실시한 결과를 <그림 1>에 수록하고 있다. 좌측 상단의 그래프에서는 추정된 실질 GDP의 확률적 추세부분의 시계열을 보여주고 있다. 우측 상단의 그래프는 GDP의 로그값에서 추세부분을 제거하여 추계한 생산갭의 시계열 자료를 보여주고 있다. 우측 하단의 그래프는 추세 부분의 증가율의 시계열을 보여주고 있는데, 추세부분의 증가율이 음수를 기록한 기간을 잠재적 경제위기로 정의한다면 1980년, 1998년, 2009년에 잠재적 경제위기가 발생한 것으로 나타난다.

다음에서는 앞에서 언급한 실질 GDP에 대한 Beveridge-Nelson의 분해를 이용하여 경제위기의 발생확률을 추정하고자 한다. 경제위기의 발생확률을 추정하기 위해서는 경제성장률의 결정요인들의 기간간 변화에 대한 몇 가지 가정들이 다음과 같이 필요하다.

첫째, 잠재 GDP의 성장률이 음수인 시기를 잠재적 경제위기의 상황으로 정의한다. 잠재적 경제위기의 발생은 다음과 같은 단순화된 확률과정에 의해서 결정되는 것으로 가정한다. 잠재적 경제위기의 발생여부는 단 하나의 확률적 요인에 의해서 결정되지만 이들의 실현치는 직접 관측되지 않는다. 잠재적 경제위기의 발생여부를 결정하는 확률적 요인은 베르누이 확률변수로서 매기마다 서로 독립이면서 동일한 분포를 따르는 것으로 가정한다. 위의 가정을 수식으로 표현하면 잠재적 경제위기를 결정하는 확률변수의 t 시점에서의 값이 $d_t = 1$ 이면 잠재적 경제위기이고 $d_t = 0$ 이면 정상적인 상황이 실현되는 것으로 가정한다. 잠재적 경제위기가 발생할 확률을 p_d 로 표기한다.

둘째, GDP 갭의 성장률이 높게 실현되는 상황과 낮게 실현되는 상황이 존재하는 것으로 가정한다. GDP 갭이 높게 실현되는 상황을 $s_t = 1$ 이라고 하고 GDP 갭이 낮게 실현되는 상황을 $s_t = 2$ 으로 표시한다. 두 상황간의 전이확률을 다음과 같이 가정한다.

$$P_s = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{22} & p_{22} \end{pmatrix}$$

셋째, 잠재 GDP의 성장률이 음수이더라도 경제위기가 발생하지 않는 것으로 가정한다. 이는 잠재적 경제위기가 발생하더라도 총수요가 높은 수준으로 실현되는 시기에서는 경제위기가 발생하지 않는다는 가정을 의미한다. 그러나 잠재적 경제위기가 발생하는 동시에 총수요도 매우 낮은 수준으로 실현되는 시기에는 경제위기가 발생한다. 이와 같이 가정한다면

관측이 가능한 실제의 GDP 성장률의 전이확률은 다음과 같이 결정된다.

$$P_g = \begin{pmatrix} p_{11} & (1-p_{11})(1-p_d) & (1-p_{11})p_d \\ 1-p_{22} & p_{22}(1-p_d) & p_{22}p_d \\ 1-p_{22} & p_{22}(1-p_d) & p_{22}p_d \end{pmatrix}$$

위에서 설명한 모형은 Nakamura, Steinsson, Barro, and Ursua (2013) 이 제시한 소비위기에 대한 실증모형의 단순화된 형태로 해석할 수 있다. 이들의 모형에서는 소비의 로그값을 결정하는 3개의 서로 다른 관측되지 않는 요인이 존재하는 것으로 가정하였으나 본 장의 모형에서는 2개의 요인에 의해서 실질 GDP가 결정되는 것으로 가정하였다.

앞에서 설명한 모형과 비교하기 위하여 이들의 모형을 요약하면 다음과 같다. 분석대상에 포함되는 개별국가 i 의 실질 총소비의 로그값은 다음의 식에 의해서 결정되는 것으로 가정한다.

$$C_{i,t} = X_{i,t} + Z_{i,t} + \varepsilon_{i,t}$$

위의 식에서 $C_{i,t}$ 는 t 시점에서의 실질소비의 로그값, $X_{i,t}$ 는 실질소비의 추세를 나타내는 잠재적 소비수준, $Z_{i,t}$ 는 소비갭, $\varepsilon_{i,t}$ 는 소비충격으로서 평균이 0이고 매기마다 독립이면서 동일한 정규분포를 따르는 확률변수로 가정한다. 소비위기는 마코프 연쇄 확률과정을 따르는 확률변수인 $I_{i,t}$ 에 의해서 영향을 결정된다. 소비위기가 소비수준에 장단기 효과를 동시에 가진다는 점을 고려하기 위하여 잠재적 소비수준의 기간간 변화는 다음과 같이 결정되는 것으로 가정한다.

$$\Delta X_{i,t} = \mu_{i,t} + \eta_{i,t} + I_{i,t}\theta_{i,t}$$

위의 식에서는 $\theta_{i,t}$ 는 소비위기의 소비에 대한 장기효과를 나타내고, $\mu_{i,t}$ 와 $\eta_{i,t}$ 는 서로 독립인 외생변수이다. 또한 실제의 소비와 잠재 소비간의 차이로 정의되는 소비갭은 아래와 같이 결정된다.

$$Z_{i,t} = \rho_z Z_{i,t-1} - I_{i,t}\theta_{i,t} + I_{i,t}\phi_{i,t} + v_{i,t}$$

위의 식에서는 $\phi_{i,t}$ 는 소비위기의 소비에 대한 단기효과를 나타낸다. ρ_z 는 양수이며 $v_{i,t}$ 는 평균이 0이고 매기마다 독립이면서 동일한 정규분포를 따르는 확률변수로 가정한다. 위의 식들에서 볼 수 있듯이 소비위기의 발생을 관장하는 변수는 소비의 장기수준과 단기수준을 결정하는 2개의 식에

포함이 된다.

앞에서 설명한 소비위기 모형을 그대로 사용하지 않는 가장 큰 이유는 본 논문에서는 소비가 외생적으로 결정되지 않고 가계의 효용극대화의 결과로서 결정되는 DSGE모형을 분석하기 때문이다. 이와 같은 이유로 앞에서 설명한 소비위기의 실증모형을 실질 GDP가 결정되는 모형으로 변환하여 사용한다. 이를 위하여 아래에서 설명하는 가정들을 소비위기 모형에 적용한다. 먼저 임의의 특정 시점에서의 실질 경제성장률은 $g_t = \exp(\Delta Z_t - v_t d_t)$ 에 의해서 결정된다고 가정한다. 생산갭 변화율의 기간간 변화는 다음의 전이확률에 의해서 결정된다.

$$P_s = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{22} & p_{22} \end{pmatrix}$$

위의 전이확률은 앞에서 이미 설명한 생산갭의 전이확률과 동일한 확률행렬로 가정한다. 또한 v_t 의 값은 ΔZ_t 값에 의해서 결정되는데 $\Delta Z_t = z_h$ 로 실현이 되는 상황에서는 $v_t = 0$ 이 된다. 또한 $\Delta Z_t = z_l$ 로 실현되는 상황에서는 $v_t = v$ 로 실현된다. 결과적으로 실질 GDP의 성장률은 3개의 상황을 상정한 마코프 연쇄 확률과정에 의해서 결정된다. 즉, 상황 1은 경제성장률이 높게 실현되는 상황으로 정의되고 이 경우 경제성장률은 $g_t = \exp(z_h)$ 로 주어진다. 상황 2는 단순한 불황인 경우로 정의되고 이 상황에서의 경제성장률은 $g_t = \exp(z_l)$ 로 결정된다. 마지막으로 상황 3은 경제위기가 발생하는 상황으로 정의되고 상황 3에서의 경제성장률은 $g_t = \exp(z_l - v)$ 로 결정된다.

다음에서는 위에서 설명한 모형을 한국자료에 적용한 결과를 요약하기로 한다. Beveridge-Nelson의 분해를 이용하여 추정된 GDP갭의 성장률 모형은 Tauchen (1986)의 이산화 방법을 사용하여 마코프 연쇄의 확률과정모형으로 변환될 수 있다. 본 장에서는 2개의 상황을 고려한 확률모형으로 변환하는데, 높은 GDP갭이 실현된 상황에서의 GDP갭의 값은 0.0096으로 추계가 되고, 낮은 GDP갭이 실현된 상황에서의 GDP갭의 값은 -0.0095로 추계가 된다. 그리고 높은 GDP갭이 실현되는 상황 1과 낮은 GDP갭이 실현되는 상황 2사이의 전이확률은 다음과 같다.

$$P_s = \begin{pmatrix} 0.6074 & 0.3926 \\ 0.3926 & 0.6074 \end{pmatrix}$$

잠재적 경제위기의 발생확률은 최우도 추정법에 의거하여 추정할 수 있다. 낮은 GDP갭이 실현되는 상황의 빈도수를 k 라고 하고 잠재적 경제 위

	경제성장 상황	전이행렬
한국	$g_h = 1.059$ $g_m = 1.039$ $g_l = 0.929$	$P_g = \begin{pmatrix} 0.607 & 0.3337 & 0.0589 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \end{pmatrix}$
미국	$g_h = 1.03$ $g_m = 0.99$ $g_l = 0.90$	$P_g = \begin{pmatrix} 0.917 & 0.0747 & 0.08083 \\ 0.5 & 0.45 & 0.05 \\ 0.5 & 0.45 & 0.05 \end{pmatrix}$

표 1: 한국과 미국의 전이확률 비교

기가 발생하는 상황을 n 으로 표기한다. p_d 에 대한 우도함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L(g^t | p_d) = \binom{n+k}{n} p_d^n (1-p_d)^k$$

위의 우도함수에 대한 극대화 조건은 $p_d = n/(n+k)$ 이 된다. 앞에서 이미 설명한 한국의 자료에 이 식을 적용하여 $p_d = 0.15$ 의 추정결과를 얻을 수 있다. 이는 한국의 경우 매년 15퍼센트의 확률로 잠재적 경제위기가 발생할 수 있음을 의미한다.

위에서 설명한 2개의 마코프 연쇄모형을 결합하면 GDP 성장률에 대한 마코프 연쇄모형을 도출할 수 있다. GDP 성장률은 3개의 상황에 의해서 설명이 가능하고, 3개의 상황간의 전이확률은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$P_g = \begin{pmatrix} 0.607 & 0.334 & 0.06 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \end{pmatrix}$$

Cogley, Sargent, and Tsyrennikov (2013)는 동일한 형태의 전이확률을 미국의 자료를 이용하여 추계한다. 이들이 사용한 전이행렬은 <표 1>에 수록되어 있다. 한국과 미국의 경제위기 확률을 비교하면 미국의 경우 한국에 비해 호황의 지속성이 더 높은 것으로 나타난다. 발생한 경제위기가 지속될 가능성은 미국의 경우 0.05이고 한국의 경우 0.09이다.

다음에서는 민간 기대형성에서의 정부의 역할에 대하여 알아보기로 한다. GDP 성장률의 예측치 추계에 대한 관련 정부 부처와 국회 예산처간의 차이가 있다. 예를 들어 2014년에서 2017년 기간 동안 정부부처의 성장률 예측치는 4퍼센트인데 동일한 기간 동안 국회예산처의 예측치는 3.5퍼센트이다. 0.5퍼센트의 차이여서 그리 큰 차이는 아니지만 앞에서 설명한 GDP 성장률 결정 모형을 이용하여 0.5퍼센트의 차이를 설명해야 하는 경우 잠재적 경제 위기 발생 확률은 상대적으로 큰 차이를 보일 수도 있다.

비관적인 가계가 국회예산처의 예측치 발표를 채택하여 한국의 성장률이 3.5퍼센트일 것으로 믿는다고 가정한다. 아울러 4퍼센트에 비해 3.5퍼센트의 경제성장률이 더욱 타당할 것으로 보이는 이유는 비관적인 가계의 경우 잠재적 경제위기의 발생확률이 앞으로 더욱 높아질 것으로 판단하기 때문인 것으로 가정한다. 이와 같은 가정에 의거하여 앞에서 설명한 모형을 이용하여 비관적인 가계의 전이확률을 계산하기로 한다.

비관적인 가계의 경우 전이확률에서 함의되는 경제 성장률의 장기 평균값이 3.5퍼센트가 되도록 잠재적 경제위기의 발생에 대한 사전적인 확률을 조정한다. 실제의 성장률은 앞에서 설명한 바와 같이 다음의 전이확률을 가진다.

$$P_g = \begin{pmatrix} 0.607 & 0.3337 & 0.0589 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \\ 0.4 & 0.52 & 0.09 \end{pmatrix}$$

실제의 전이확률 하에서 평균 성장은 1.0406이다. 비조건부 확률은 각각 $\text{pr}(g_h) = 0.5$, $\text{pr}(g_m) = 0.425$, $\text{pr}(g_l) = 0.075$ 로 주어진다. 비관적인 가계의 전이확률을 계산하기 위하여 경제 성장률의 장기 평균값이 3.5퍼센트가 되도록 잠재적 경제위기의 발생에 대한 사전적인 확률을 조정한다. 이 경우 잠재적 경제위기의 발생확률에 대한 사전적인 확률은 $p_{d,0} = 0.25$ 로 주어진다. 앞에서 한국자료를 이용하여 추계한 잠재적 경제위기의 확률이 $p_d = 0.15$ 이므로 실제자료에서의 추정치에 비해 10퍼센트 정도 더 높은 추정치를 보유하고 있다. 경제 성장률의 장기 평균값이 3.5 퍼센트라는 가정 하에서 각 상황이 발생할 비조건부 확률은 각각 $\text{pr}(g_h) = 0.5$, $\text{pr}(g_m) = 0.375$, $\text{pr}(g_l) = 0.125$ 로 주어진다. 또한 전이확률은 다음과 같이 주어진다.

$$P_g = \begin{pmatrix} 0.607 & 0.294 & 0.098 \\ 0.4 & 0.46 & 0.15 \\ 0.4 & 0.46 & 0.15 \end{pmatrix}$$

그러나 4퍼센트가 실제의 GDP 성장률이라면 비조건부 확률은 각각 $\text{pr}(g_h) = 0.5$, $\text{pr}(g_m) = 0.425$, $\text{pr}(g_l) = 0.075$ 로 주어진다.

4. 모형

본 장에서는 개별 가계 및 기업들이 미래에 대하여 서로 다른 믿음을 가지고 있고 미래에 대한 믿음에서의 차이가 지속적으로 유지되는 상황을 고려한 DSGE 모형을 설명한다. 본 장에서는 개별 가계의 소득이 외생적으로 결정되는 부존자원 경제를 고려하는데 부존자원 경제를 가정하는 이점은 앞에서 이미 설명한 실질 GDP 성장률에 대한 실증분석의 결과를 수정하지 않고 모형의 분석에 적용할 수 있다는 점이다. 이에 덧붙여서 가계 및 기업들이 경제성장에 대한 이질적인 믿음을 가지게 되는 과정을 설명하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입한다.

Assumption 1. 경제 내에는 2개의 정당이 투표를 통하여 여당과 야당으로 결정된다. 또한 각 개별 경제주체는 정치적인 성향을 가지고 있어서 2개의 정당 중에서 한 개의 정당을 지지한다. 따라서 경제전체 인구는 정치적인 성향에 의거하여 2개의 그룹으로 분리할 수 있다.

Assumption 2. 경제성장률 또는 거시정책 관련변수들에 대한 예측치를 발표하는 다수의 공공 및 민간 연구 기관이 존재하고 이들은 서로 다른 경제 예측치를 발표할 수 있다. 가계 및 기업 등과 같은 민간 경제주체는 이들 기관에서 발표한 경제 예측치에 의거하여 미래에 대한 예측을 형성한다. 또한 민간 경제주체가 특정 기관의 발표를 신뢰할 것인가를 결정할 때에 이들의 정치적인 성향이 영향을 미칠 수 있다.

가정 1과 2의 의미를 다음과 같이 설명할 수 있다. 경제성장률 또는 거시정책 관련변수들에 대한 예측치를 발표하는 공공기관이 서로 다른 경제 예측치를 발표할 수 있다면 가계들은 자신의 정치적 성향에 따라서 경제성장률의 예측치를 선택하게 된다. 예를 들어 정부의 발표와 국회 예산처의 발표가 서로 다른 경우 현재의 여당을 선호하는 가계는 정부의 예측치를 선택하고 그렇지 않은 가계의 경우 정부의 발표보다는 국회예산처의 예측치를 선택할 수 있다. 그러므로 서로 다른 정치적 성향을 가진 가계의 존재는 정부 부처간 서로 다른 예측치를 발표하는 경우에 가계의 예측치가 달라질 수 있을 가능성을 있음을 의미한다.

Assumption 3. 경제위기 발생확률에 대한 추정치에 대하여 가계별로 서로 다른 추정치를 가지고 있으며 개별 가계들은 매기마다 실현되는 경제성장

를에 의거하여 자신의 추정치를 수정한다. 본 장에서는 서로 다른 믿음을 가진 가계를 2개의 그룹으로 분리할 수 있는 것으로 가정하고 각 그룹의 비중은 1/2로 가정한다.

위에서 설명한 가정 1, 2, 3에 의거하여 다음과 같은 상황을 상정한다. 경제 전체의 가계는 2개의 서로 다른 그룹으로 분리할 수 있는데 그룹 1의 경우 잠재적 경제위기 발생에 대한 확률에 대하여 실제의 확률에 비해 높은 추정치를 가지고 있으며 그룹 2는 정확한 추정치를 가지고 있다. 그러므로 그룹 1에 속하는 가계들은 비관적인 믿음을 가진 가계라고 할 수 있다. 한편, 개별가계의 믿음의 기간간 변화과정은 다음과 같이 설명할 수 있다. 우선 모든 가계들은 확률변수 s 에 대한 전이확률은 정확하게 알고 있으나, 잠재적 경제위기의 확률에 대해서는 베이지안 학습과정에 의거하여 수정을 한다. 베이지안 학습과정에 의해서 각 그룹의 비중은 변화하지 않더라도 믿음의 차이는 시간이 지남에 따라서 감소한다.

Assumption 4. 그룹 1의 가계들이 0시점에서 보유한 잠재적 경제위기 발생확률에 대한 사전분포는 베타분포를 따르고 이를 $f(p_d) = \mathcal{B}(n_0, m_0)$ 로 표기한다. 위의 식에서 n_0 는 잠재적 위기의 발생빈도에 대한 초기값을 의미하고, m_0 는 불황의 발생빈도에 대한 초기값을 의미한다. 베타함수는 α_n 과 α_m 의 파라미터를 가진 경우 다음과 같이 정의된다.

$$\mathcal{B}(\alpha_n, \alpha_m) = \frac{\Gamma(\alpha_n + \alpha_m)}{\Gamma(\alpha_n)\Gamma(\alpha_m)} p_d^{\alpha_n-1} (1-p_d)^{\alpha_m-1}$$

이 식에서 $\Gamma(x)$ 는 감마함수를 의미한다.

이와 같은 사전분포 함수의 가정에 의해서 잠재적 경제위기에 대한 확률을 수정할 수 있는 정보가 담긴 경제성장률 관측치는 경제가 불황에 있거나 경제위기에 처한 경우에 발생한다. 그런데 경제위기의 관측횟수가 제한되어 있어서 베이지안 학습의 수렴속도가 낮다. 따라서 경제위기 발생확률에 대한 그룹간 믿음의 차이가 발생하면 경제위기에 대한 충분한 자료가 축적되어야만 믿음의 차이가 줄어든다.

개별가계는 앞에서 설명한 가정에 의해서 매기마다 경제성장률을 관측한 이후에 다음과 같이 사후적 분포를 가지게 된다.

$$p(p_d|g^t) = \frac{\Gamma(n_t + m_t + \alpha_n + \alpha_m)}{\Gamma(\alpha_n + n_t)\Gamma(\alpha_m + m_t)} p_d^{n_t + \alpha_n - 1} (1-p_d)^{m_t + \alpha_m - 1}$$

위의 식에서 $\Gamma(x)$ 는 감마함수를 의미하므로 사후적 분포는 α_n 과 α_m 의 2

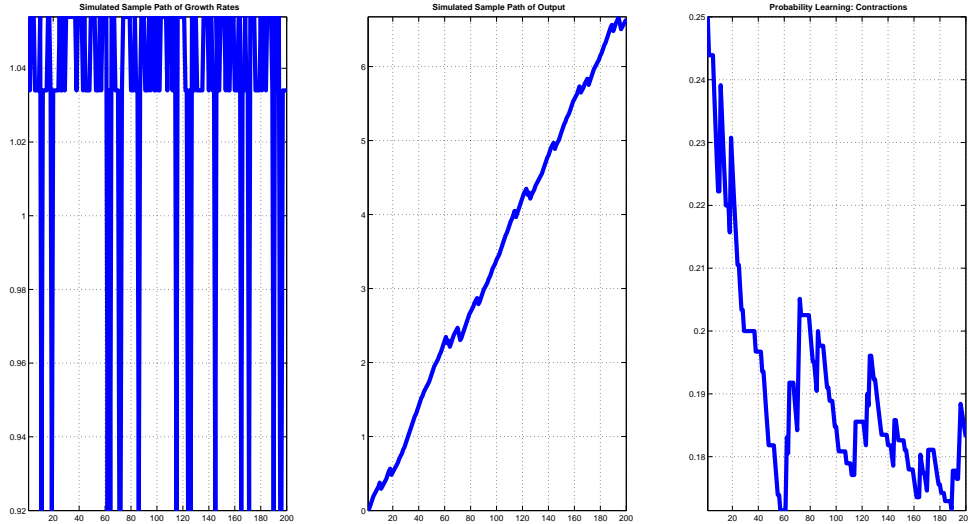


그림 2: 잠재적 경제위기의 발생확률에 대한 학습효과

개의 모수를 가진 베타분포가 된다. 또한 사후적 분포에 의거하여 계산한 잠재적 경제위기가 발생할 확률에 대한 평균은 다음과 같이 계산된다.

$$Pd,t = \frac{\alpha_n + n_t}{\alpha_n + n_t + \alpha_m + m_t}$$

따라서 사후적 분포가 수정되면서 잠재적 경제위기의 기대치도 수정된다.

<그림 2>에서는 위에서 설명한 베이지안 학습에 의해서 잠재적인 경제 위기의 발생확률에 대한 추정치가 수정되는 과정을 보여주고 있다. 좌측의 그림에서는 GDP 성장률에 대한 마코프 연쇄 모형에 의거하여 시뮬레이션 하여 생성한 시계열자료를 보여주고 있는데, 경제위기를 관측하는 빈도수가 상대적으로 작음을 알 수 있다. 우측의 그래프는 베이지안 학습에 의해서 경제위기 발생확률의 추정치가 수정되는 과정을 보여주고 있는데, 최초 25 퍼센트의 사전적인 추정치로부터 15 퍼센트의 근방으로 하락하는 데에는 상당한 시간이 소요됨을 알 수 있다.

Assumption 5. 채권시장에는 가계들만 참가하여 균형거래량과 균형이자율이 결정된다. 채권시장에서 거래되는 채권은 만기가 1기인 단기 무위험 할인채로 가정한다.

가정 5에서는 금융시장 구조에 대한 가정을 설명하고 있는데 본 장에서는 무위험 할인채만 채권시장에서 거래가 가능한 것으로 가정하여 자산시장의 불완전성을 가정한다. 이와 관련하여 앞에서 이미 설명한 Cogley, Sargent, and Tsyrennikov (2014)의 분석결과를 적용할 수 있다. 첫째, 자산시장이 완전한 경우에는 정확한 전망을 가진 투자자가 부를 축적한다. 둘째, 불완전 자산시장이 가정된 경우에는 비관적인 전망을 가진 가계가 지속적인 저축을 통해서 부를 축적하게 된다. 정확한 전망을 하는 가계는 비관적인 가계의 저축유인을 이용하여 채권을 판매하고 과다한 채권판매의 결과로 인하여 결국 부채제약에 걸리는 상황에 이르게 된다. 본 장에서는 정부채권을 도입하지 않으나 다음 장에서는 정부가 발행하는 채권도 민간 부문의 채권과 같이 거래되는 상황을 고려한다.

개별 가계 i 의 효용 극대화 문제는 다음과 같이 요약할 수 있다. 먼저 임의의 개별 가계의 0기에서 선호는 다음과 같은 기대효용의 할인된 합에 의해서 나타낼 수 있다.

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \sum_{s^t} \pi^i(s^t) \frac{C^i(s^t)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}$$

개별 가계가 위의 효용함수를 극대화하는 문제에서 고려해야 하는 제약식은 예산 제약식 그리고 부채제약식으로 구성되어 있다. t 기에서의 예산제약식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$C^i(s^t) + Q(s^t)B^i(s^t) = B^i(s^{t-1}) + Y^i(s^t)$$

위의 식에서 $C^i(s^t)$ 는 t 시점에서의 소비수준, $Y^i(s^t)$ 는 소득수준, $B^i(s^t)$ 는 가계가 t 기에 구매한 채권의 가치, $Q(s^t)$ 는 채권의 가격이다. 또한 t 기에서의 부채 제약은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$B^i(s^t) \geq -DY^i(s^t) \quad D > 0$$

이 식에서 D 는 가계의 소득대비 부채비율의 상한을 의미한다. 따라서 채권의 신규발행 실질가치는 위의 부채 제약식을 만족해야 하는데 이에 대한 상한은 당기의 실질소득에 비례한다. 그리고 가계의 각 상황이 발생할 확률은 아래와 같이 결정된다.

$$\pi^i(s^t) = \pi^i(s_t|s_{t-1}) \cdots \pi^i(s_0|s_{-1})$$

이와 같이 정의된 효용 극대화의 문제는 개별 가계가 자신의 소득의 기간간 변화에 대하여 반드시 정확한 정보를 가지지 않아도 되는 상황을 고려하고 있다.

앞에서 설명한 효용극대화의 문제에 대한 1계 조건을 정리하면 다음과 같다.

$$C^i(s^t)^{-\gamma}Q(s^t) + \mu^i(s^t) = \sum_{s_{t+1}=1}^3 \pi^i(s_{t+1}|s^t)C^i(s_{t+1}|s^t)^{-\gamma}$$

위의 식에서 $\mu^i(s^t)$ 는 부채제약식에 대한 라그랑지 승수를 의미한다. 부채 제약의 승수는 다음의 complementary slackness조건을 만족한다.

$$\mu^i(s^t)(B^i(s^t) + DY^i(s^t)) = 0$$

본 연구에서는 왈라스 균형을 분석한다. 왈라스 균형에서는 개별 가계가 자신이 이미 수집한 개별 정보만을 이용하여 효용극대화의 문제를 푸는 것으로 가정한다. 이러한 가정의 의미는 왈라스 균형에서의 자산 가격은 개별 가계에게 이들이 이미 보유하고 있는 정보 이외에 새로운 정보를 제공하지 않는다는 것이다. 따라서 비관적인 가계의 경우 자신의 정보를 수정하는 기회는 단지 실현된 실질 GDP의 성장률을 관측함으로써 가능하다고 가정한다.

다음에서는 개별 가계들이 미래의 상황에 대한 서로 다른 믿음을 가지고 있는 상황이 명시적으로 고려된 왈라스 균형을 정의한다. 먼저 모든 개별 가계는 2개의 그룹 중 하나에 포함이 되는데 이들의 소득은 경제의 총소득에 일정한 비율로 동일하게 주어진다.

$$Y^i(s^t) = 0.5Y(s^t)$$

위의 식에서 $Y(s^t)$ 는 총소득을 의미한다. 동일한 소득에 대한 가정은 이질적인 기대의 효과를 분석하기 위하여 소득에서의 비동질적인 소득효과를 제거하는 것이 바람직하기 때문이다. 따라서 시장청산조건은 다음과 같이 주어진다.

$$C^1(s^t) + C^2(s^t) = Y(s^t).$$

총소득에 대하여 확률적 추세가 있으므로 개별 가계의 소비를 총소득으로 나누어서 추세가 제거된 변수로 변환한다. 추세가 제거된 변수는 그렇지 않은 변수와 동일한 기호를 사용하되 소문자를 사용하여 구별한다. 추세가 제거된 변수를 사용하면 시장청산조건은 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

Definition 1 (왈라스 균형). 균형배분 $(\hat{c}^1(s^t), \hat{c}^2(s^t))$, 균형가격 $Q(s^t)$, 라그랑지 승수 $(\hat{\mu}^1(s^t), \hat{\mu}^2(s^t))$, 민간 채권발행 $(\hat{b}^1(s^t), \hat{b}^2(s^t))$ 등의 7개의 균형변수들의 균형값은 7개의 균형조건들로 구성된 방정식 체계의 해로서 계산할 수 있다. 균형값을 계산하기 위하여 풀어야 하는 7개의 균형조건들은 아래에 정리된다.

1. 채권보유의 균형식 (그룹 1)

$$\hat{c}^1(s^t)^{-\gamma} Q(s^t) + \hat{\mu}^1(s^t) = \sum_{s_{t+1}}^3 \pi^1(s_{t+1}|s^t) g_{t+1}^{-\gamma} \hat{c}^1(s_{t+1}|s^t)^{-\gamma}$$

2. 채권보유의 균형식 (그룹 2)

$$\hat{c}^2(s^t)^{-\gamma} Q(s^t) + \hat{\mu}^2(s^t) = \sum_{s_{t+1}}^3 \pi^2(s_{t+1}|s^t) g_{t+1}^{-\gamma} \hat{c}^2(s_{t+1}|s^t)^{-\gamma}$$

3. 그룹 1 가계의 예산 제약식

$$\hat{c}^1(s^t) + Q(s^t) \hat{b}^1(s^t) = g_t^{-1} \hat{b}^1(s^{t-1}) + 0.5$$

4. 사회 자원 제약식

$$\hat{c}^1(s^t) + \hat{c}^2(s^t) = 1$$

5. 부채제약식의 라그랑지 승수에 대한 조건 (그룹 1)

$$\hat{\mu}^1(s^t) (\hat{b}^1(s^t) + D) = 0$$

6. 부채제약식의 라그랑지 승수에 대한 조건 (그룹 2)

$$\hat{\mu}^2(s^t) (\hat{b}^2(s^t) + D) = 0$$

7. 채권시장의 시장 청산 조건

$$\sum_{i=1}^2 \hat{b}^i(s^t) = 0$$

총 7개의 내생변수에 대하여 7개의 균형조건이 왈라스 균형을 정의하기 위해서 사용되었다. 위에서 정리한 균형조건을 사용하여 수치해를 계산할 수 있다. 그러나 본 논문에서는 재정정책의 장기적인 효과에 초점을 맞추고 있어서 수치해에 대한 논의는 생략하기로 한다.¹

다음에서는 서로 다른 믿음을 가진 가계들이 자신의 서로 다른 기대에 의거하여 소비 및 금융투자를 하여 얻은 부의 축적이 진행되면서 발생하는 결과를 설명하기로 한다. 자산시장이 불완전한 경우를 가정하는 상황에서도 출되는 결과는 아래의 <명제 1>에 요약된다.

Proposition 1. 가정 1, 2, 3, 5가 모두 유효하다고 가정한다. 잠재적 경제위기의 발생확률을 높게 평가하여 총소득의 성장률에 대하여 비관적인 믿음을 가진 그룹을 그룹 1이라하고 총소득의 성장률의 확률분포를 정확하게 알고 있는 그룹을 그룹 2로 분류할 수 있다고 가정한다. 이러한 가정 하에서 부채제약이 총소득에 비례하여 정의되고 동시에 비례상수가 크지 않은 경우 총소득 성장률의 분포를 정확하게 알고 있는 가계는 장기적으로 부채제약에 의해서 제약을 받게 된다.

1. 최초 시점에서는 그룹 1은 비관적인 믿음을 반영한 예비적 동기의 저축을 위해 채권을 구매한다. 이러한 채권구매로 인하여 채권값이 상승하면 그룹 2는 자신들의 믿음에 비하여 이자율이 낮게된다. 그러므로 그룹 2는 자신의 소비를 증가시킨다.
2. 시간이 지나면서 그룹 1의 비관적 믿음의 정도가 낮아지면서 예비적 동기의 저축수요가 감소한다. 그 결과 채권가격이 낮아지면서 그룹 2의 소비는 감소한다.
3. 그룹 2는 자신들의 믿음에 비하여 낮은 이자율을 이용하여 소비평탄화에 이르고자 한다. 이러한 이유로 초기부터 채권을 발행하여 높은 소비수준을 유지하다가 결국 부채상한에 이르게 된다.
4. 그룹 1의 소비함수는 자신이 보유한 자산에 대한 증가함수로 나타난다. 그룹 1의 소비는 경제상황에 따라 큰 차이를 보이지 않지만 자산이 많지 않은 경우 경제위기시에 소비가 호황에서의 소비에 비해 낮다.

¹앞에서 한국자료를 사용하여 추정된 전이행렬을 사용하면 동일한 모형에서 한국의 균형이자율이 상대적으로 높게 나온다. 이 같은 결과는 한국의 경제성장률이 각 상황에서 미국에 비해 높다는 사실을 반영한 것으로 보인다.

5. 균형 채권가격은 경제위기에 높고 경제호황인 경우에는 낮다. 이러한 차이는 경제 불황에서의 안전자산이 채권에 대한 수요가 상대적으로 높음을 의미한다.

장기적으로 그룹 2가 부채제약에 제약을 받는다는 점은 강건한 결과이다. 이를 이용하여 장기적인 소비의 불균등을 이해하기로 한다. 그룹 2의 가계가 지속적으로 부채제약에 걸리는 상황에서 그룹 1과 그룹 2의 가계들의 소비비중은 장기적으로 다음과 같이 결정된다.

$$\hat{c}^1(s^t) = 0.5 + D(g_t^{-1} - Q(s^t)); \quad \hat{c}^2(s^t) = 0.5 - D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

채권가격이 충분히 낮아지면 $\Delta_t = g_t^{-1} - Q(s^t)$ 이 양수인 상황이 보다 빈번하게 발생해야 한다. 그러므로 평균적으로 그룹 1의 소비비중은 0.5보다 더 커지면서 그룹 2의 소비비중은 반대로 0.5보다 더 낮아진다. <명제 1>의 내용은 Cogley, Sargent, and Tsyrennikov (2014)의 분석결과를 요약한 것이다. 한국의 시계열 자료를 이용하여 추계한 가계의 비동질적 믿음에 대한 수치가 본 장의 모형과 이들 논문의 모형과의 차이점이므로 모형의 균형해의 질적인 특성은 동일해야 한다. 따라서 <명제 1>의 내용은 쉽게 이해될 수 있다. 그러나 본 논문의 주요 관심사는 공공부채의 효과에 있으므로 다음 장에서는 정부가 발행하는 채권도 민간부문의 채권과 같이 거래되는 상황을 고려한다.

5. 공공부채의 거시 경제적 효과

앞 장에서는 개별 가계 및 기업들이 미래에 대하여 서로 다른 믿음을 가지고 있고 미래에 대한 믿음에서의 차이가 지속적으로 유지되는 상황을 고려한 DSGE 모형을 설명하였다. 본 장에서는 미래상황에 대한 서로 다른 믿음을 가진 가계들이 공존하는 경제에서 공공부채 발행의 증가가 가계의 소비 및 자산선택에 미치는 효과를 분석한다. 가계와 기업들의 미래에 대한 믿음의 차이가 지속될 때 공공부채가 증가하면 부채가 상대적으로 많은 가계의 이자비용을 증가시키는 효과를 발생시킨다. 그 결과 부채가 과다하게 많은 경제에서의 공공부채의 증가는 민간소비의 불균등을 증가시킬 수 있음을 보인다.

본 장에서는 다음과 같이 재정정책 변수들을 경제모형에 도입한다. 정부지출과 개별가계에 부과되는 정액세는 모두 총소득에 비례한다. 정부지출의 경우 $G_t = s_g Y(s^t)$ 이고 개별 가계에 대한 정액세는 $T_t = (\tau/2) Y(s^t)$ 로

주어진다. 위에서 정의한 s_g 와 τ 는 모두 0과 1사이의 상수이다. 정부지출, 세수 그리고 국채발행이 반영된 정부의 유량(flow) 예산 제약식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q(s^t)B_t(s^t) = B_{t-1}(s^{t-1}) + (s_g - \tau)Y(s^t)$$

Assumption 6. 정부가 발행하는 채권과 가계가 발행한 민간채권은 완전대체재이다. 채권시장에는 가계와 정부가 참가하여 균형거래량과 균형이자들이 결정된다. 가계와 정부는 채권을 발행하거나 수요할 수 있으며 채권 시장에서 거래되는 채권은 만기가 1기인 단기 무위험 할인채로 가정한다. 정부의 국채발행액에도 다음과 같은 상한이 부과된다.

$$B(s^t) \leq D_g Y(s^t)$$

이 식에서 D_g 는 총소득 대비 국채발행액의 상한을 의미한다.

앞에서 설명한 재정정책변수들이 명시적으로 고려된 경제모형에서의 왈라스 균형은 아래와 같이 쓸 수 있다.

Definition 2 (왈라스 균형). 균형배분 $(\hat{c}^1(s^t), \hat{c}^2(s^t))$, 균형가격 $Q(s^t)$, 라그랑지 승수 $(\hat{\mu}^1(s^t), \hat{\mu}^2(s^t))$, 민간 채권발행 $(\hat{b}^1(s^t), \hat{b}^2(s^t))$ 등의 8개 변수들의 균형값은 8개의 균형조건들로 구성된 방정식 체계의 해로서 계산할 수 있다. 균형값을 계산하기 위하여 풀어야 하는 8개의 균형조건들은 아래에 정리된다.

1. 채권보유의 균형식 (그룹 1)

$$\hat{c}^1(s^t)^{-\gamma} Q(s^t) + \hat{\mu}^1(s^t) = \sum_{s_{t+1}=1}^3 \pi^1(s_{t+1}|s^t) g_{t+1}^{-\gamma} \hat{c}^1(s_{t+1}|s^t)^{-\gamma}$$

2. 채권보유의 균형식 (그룹 2)

$$\hat{c}^2(s^t)^{-\gamma} Q(s^t) + \hat{\mu}^2(s^t) = \sum_{s_{t+1}=1}^3 \pi^2(s_{t+1}|s^t) g_{t+1}^{-\gamma} \hat{c}^2(s_{t+1}|s^t)^{-\gamma}$$

3. 그룹 1 가계의 예산 제약식

$$\hat{c}^1(s^t) + Q(s^t)\hat{b}^1(s^t) = g_t^{-1}\hat{b}^1(s^{t-1}) + 0.5(1 - \tau)$$

4. 사회 자원 제약식

$$\hat{c}^1(s^t) + \hat{c}^2(s^t) = 1$$

5. 정부 예산 제약식

$$Q(s^t)\hat{b}(s^t) = g_t^{-1}\hat{b}(s^{t-1}) + s_g - \tau$$

6. 부채제약식의 라그랑지 승수에 대한 조건 (그룹 1)

$$\hat{\mu}^1(s^t)(\hat{b}^1(s^t) + D) = 0$$

7. 부채제약식의 라그랑지 승수에 대한 조건 (그룹 2)

$$\hat{\mu}^2(s^t)(\hat{b}^2(s^t) + D) = 0$$

8. 채권시장의 시장 청산 조건

$$\sum_{i=1}^2 \hat{b}^i(s^t) = \hat{b}(s^t)$$

위의 균형조건에서 $\hat{b}(s^t) (= B(s^t)/Y(s^t))$ 는 추세가 제거된 공공부채의 실질 가치를 의미한다.

위에서 설명한 균형조건들에서는 총 8개의 내생변수에 대하여 8개의 균형조건이 왈라스 균형을 정의하기 위해서 사용되었다. 가계가 발행하는 채권과 정부가 발행하는 채권이 완전대체재임을 가정하였기 때문에 마지막 식은 채권에 대한 시장청산 조건으로 해석할 수 있고, 이 조건을 만족하도록 채권의 가격이 결정된다. 위의 균형조건들을 내생변수에 대하여 풀 때 총소득의 성장률과 재정당국에서 결정하는 정부지출과 세금의 소득 대비 비중은 주어진 것으로 본다. 또한 그룹 1에 속하는 가계는 앞에서 기술한 바와 같이 잠재적 경제위기에 대한 확률에 대한 추정치를 베이지안 학습을 통하여 계속해서 수정한다.

Proposition 2. 가정 1, 2, 3, 6이 모두 성립한다. 잠재적 경제위기의 발생 확률을 높게 평가하여 총소득의 성장률에 대하여 비관적인 믿음을 가진 그룹을 그룹 1이라하고 총소득의 성장률의 확률분포를 정확하게 알고 있는 그룹을 그룹 2로 분류할 수 있다고 가정한다. 또한 재정지출의 규모가

외생적으로 결정된다고 가정한다. 이와 같은 가정 하에서 다음의 결과가 성립한다.

1. 공공부채의 초기값은 0이고 그 이후 균형재정을 달성하도록 세수를 징수하는 것으로 가정한다. 이러한 경제에서는 정부채권이 존재하지 않으므로 <명제 1>의 결과가 그대로 적용된다.
2. 경제가 시작하는 최초시점에서 정부가 이미 발행한 정부채권이 존재한다고 가정한다. 0시점에서의 예상현재가치로 평가한 정부의 예산제약식이 만족되도록 하는 정부의 소득세율을 계산하여 이 수준의 소득세율로 고정시키는 정책을 실시한다.

(a) 국채발행액에 대한 상한이 없는 경우: 장기적으로 소비불균등에는 영향이 없고 자산불균등에만 영향이 있다. 그룹 2의 가계가 부채제약에 의해서 제약을 받는 상황을 가정한다. 이 경우 채권의 균형가격 Q_t^d 는 다음과 같이 결정된다.

$$Q^d(s^t) = Q^b(s^t) + D^{-1}(\tau - s_g)$$

이 식에서 $Q^d(s^t)$ 는 균형재정하에서의 채권가격을 의미한다. 그룹 1과 그룹 2의 자산은 다음과 같다.

$$\hat{b}^1(s^t) = D + \hat{b}(s^t); \quad \hat{b}^2(s^t) = -D; \quad \hat{b}(s^t) > 0$$

(b) 국채발행액에 대한 상한이 있는 경우: 장기적으로 소비불균등과 자산불균등에 모두 영향이 있다. 이 경우 채권의 균형가격 Q_t^d 는 다음과 같이 결정된다.

$$Q^d(s^t) = g_t^{-1} + D_g^{-1}(s_g - \tau)$$

그룹 1과 그룹 2의 자산은 다음과 같다.

$$\hat{b}^1(s^t) = D + D_g; \quad \hat{b}^2(s^t) = -D$$

앞에서 설명한 <명제 2>의 결과가 도출되는 과정을 아래에서 설명하기로 한다. 균형재정하에서 $s_g = \tau$ 가 만족된다. 그룹 2가 부채제약에 의해서 제약을 받는 상황에서 그룹 1과 그룹 2의 소비비중은 다음과 같이 결정된

다.

$$\hat{c}^1(s^t) = 0.5(1 - s_g) + D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

$$\hat{c}^2(s^t) = 0.5(1 - s_g) - D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

위의 식을 살펴보면 그룹 1과 그룹 2 가계의 가처분 소득은 모두 동일하게 주어지므로 정부의 역할이 전혀 고려되지 않은 상황에서 도출된 결과가 그대로 성립한다.

다음에서는 국채가 발행되는 상황에서도 그룹 2에 속하는 가계의 유동성 제약은 그대로 유지되는 경우를 분석한다. 소득세율은 내생적으로 결정된다고 가정한다. 이 경우 소득세율 τ 는 소득대비 재정지출비율 s_g 보다 커야한다. 부채제약에 의해서 제약을 받는 경우 그룹 2의 소비비중은 다음과 같다.

$$\hat{c}^2(s^t) = 0.5(1 - \tau) - D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

그러므로 균형이자율이 균형재정하에서의 이자율보다 더 높아진다면 그룹 2의 소비비중은 감소한다. 사회자원제약식과 위의 식을 결합하여 그룹 1에 속하는 가계의 소비비중을 계산하면 다음과 같다.

$$\hat{c}^1(s^t) = 0.5(1 + \tau - 2s_g) + D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

그룹 2가 지속적으로 부채제약의 제약을 받는다면 소득세율의 상승은 그룹 2의 소비비중을 감소시키고 그룹 1의 소비비중을 증가시키는 효과를 발생시킨다. 그러나 앞에서 가정한 바와 같이 소득세율은 내생적으로 결정된다.

다음에서는 소득세율의 결정과정을 설명하고 소득세율의 결정식을 도출한다. 도출된 소득세율의 결정식을 위의 소비비중 결정식에 대입하여 소비비중과 이자율간의 관계를 분석한다. 정부의 예산제약식을 아래와 같이 쓴다.

$$Q(s^t)\hat{b}(s^t) = g_t^{-1}\hat{b}(s^{t-1}) + s_g - \tau$$

위의 식을 현재가치 예산제약식으로 전환하면 다음과 같다.

$$\hat{b}(s^{t-1}) = (\tau - s_g)(g_t + E_t[\sum_{k=1}^{\infty} (\prod_{l=0}^k \frac{g_{t+l}}{1+r_{t+l}})g_{t+k}])$$

그리고 폰지게임의 가능성을 제거하기 위한 말기조건은 다음과 같다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E_t \left[\left(\prod_{l=0}^k \frac{g_{t+l}}{1+r_{t+l}} \right) b_{t+k} \right] = 0$$

이 식은 균형이자율이 경제성장률보다 더 높은 경제에서 만족된다. 주어진 정부지출의 비중에 대하여 0기에 정부의 현재가치 예산제약식을 만족시키도록 소득세율이 결정되어야 하므로 정부의 현재가치 예산제약식으로 부터 도출되는 세율은 다음과 같다.

$$\tau - s_g = \frac{\hat{b}_{-1}}{g_0 + E_0 \left[\sum_{k=1}^{\infty} \left(\prod_{l=0}^k \frac{g_l}{1+r_l} \right) g_k \right]}$$

그러므로 우변의 분자와 분모가 모두 양수이면 최초 시점에서의 현재가치 예산제약식을 만족하는 소득세율은 정부지출의 비중보다 더 크다. 세율을 결정하는 시점에서는 정부는 미래의 경제성장률에 대한 전망을 정확하다고 가정한다.

균형이자율과 공공부채의 기간간 변화는 다음의 2식에 의해서 결정된다. 첫째, 그룹 2의 가계가 부채제약에 제약된다는 가정하에서의 그룹 1의 효용극대화 조건이다.

$$Q(s^t)(v + D(g_t^{-1} - Q(s^t)))^{-\gamma} = \beta \sum_{s_{t+1}=1}^3 \pi^1(s_{t+1}|s^t) g_{t+1}^{-\gamma} (v + D(g_{t+1}^{-1} - Q(s^{t+1})))^{-\gamma}$$

위의 식에서 $v = 0.5(1 + \tau - 2s_g)$ 로 정의된다. 둘째, 정부의 예산제약식은 아래와 같다.

$$Q(s^t)\hat{b}(s^t) = g_t^{-1}\hat{b}(s^{t-1}) + s_g - \tau$$

<명제 2>의 첫째 결과를 설명하기로 한다. 먼저 균형재정정책을 지속적으로 유지하는 것과 비교하여 가계의 소비비중에 대한 영향이 전혀 없다면 다음의 조건이 만족된다.

$$v + D(g_t^{-1} - Q^d(s^t)) = 0.5(1 - s_g) + D(g_t^{-1} - Q^b(s^t))$$

이 경우 균형재정과 적자재정하에서의 국채가격은 다음의 관계를 만족해야 한다.

$$Q^d(s^t) = Q^b(s^t) + D^{-1}(\tau - s_g)$$

그룹 2의 가계가 부채제약에 의해서 제약을 받는 상황이므로 그룹 1과 그룹 2의 자산은 다음과 같다.

$$\hat{b}^1(s^t) = D + \hat{b}(s^t); \quad \hat{b}^2(s^t) = -D; \quad \hat{b}(s^t) > 0$$

<명제 2>의 두번째 결과를 설명하기로 한다. 국채발행액에 대한 상한이 있는 경우는 정부의 예산제약식을 이용하여 채권가격을 계산할 수 있다. 채권의 균형가격 $Q^d(s^t)$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$Q^d(s^t) = g_t^{-1} + D_g^{-1}(s_g - \tau)$$

그룹 2가 부채제약에 의해서 제약을 받는 동시에 국채발행액에 대한 상한이 있으므로 그룹 1과 그룹 2의 자산은 다음과 같다.

$$\hat{b}^1(s^t) = D + D_g; \quad \hat{b}^2(s^t) = -D$$

이 경우 <명제 2>의 항목 (2-b)에서의 결과가 성립됨을 확인할 수 있다. 이를 위하여 소득세율의 결정식을 그룹 1의 소비비중 결정식에 대입하여 아래와 같이 쓴다.

$$\hat{c}^1(s^t) = 0.5(1 - s_g) + \frac{\hat{b}_{-1}}{g_0 + E_0[\sum_{k=1}^{\infty} (\prod_{l=0}^k \frac{g_l}{1+r_l}) g_k]} + D(g_t^{-1} - Q(s^t))$$

이 식의 함의는 이자율이 지속적으로 높아진다면 그룹 1의 소비비중이 증가한다는 것이다.

6. 결론

본 논문에서는 개별 가계가 미래 경제상황에 대하여 서로 다른 믿음을 지속적으로 유지하는 상황에서 공공부채의 변화가 가계의 소비와 부의 배분에 미치는 효과를 분석하였다. 중요한 정책적인 함의는 공공부채의 규모가 작은 경우에 공공부채의 분배효과가 없으나 공공부채의 규모가 증가하여 국채발행 상한에 이르게 되면 공공부채의 분배효과가 발생한다는 점이다. 부존자원 경제를 가정한 본 논문의 분석에는 한계가 있으나 이를 극복하는 연구는 후속연구로 남기고자 한다. 본 논문의 후속연구로서 다음과 같은 3가지 경우를 고려해볼 수 있다. 첫째, 동일한 분석을 생산경제로 확장하여 공공부채의 변화가 총생산에 미치는 효과를 분석한다. 둘째, 소득세의 조

세왜곡을 생산경제에 도입하여 최적 조세에 대한 함의를 분석한다. 셋째, 개방경제 하에서 미래 경제상황에 대한 서로 다른 믿음이 국가간 자본이동에 미치는 효과를 분석한다.

References

Beveridge, Stephen and Charles R. Nelson. 1981. "A New Approach to the Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle." *Journal of Monetary Economics* 7. pp. 151-174.

Blume, Lawrence and David Easley. 2006. "If You're So Smart, Why Aren't You Rich? Belief Selection in Complete and Incomplete Markets." *Econometrica* 74. pp 929-966.

Blume, Lawrence, Timothy Cogley, David Easley, Thomas Sargent, and Viktor Tsyrennikov. 2013. "Welfare, Paternalism and Market Incompleteness." Unpublished Manuscript. New York University.

Cogley, Timothy, Thomas Sargent, and Viktor Tsyrennikov. 2014. "Wealth Dynamics in a Bond Economy with Heterogeneous Agents." *Economic Journal* 124. pp. 1-30.

Den Haan, Wouter. 2001. "The Importance of the Number of Different Agents in a Heterogeneous Asset-pricing Model." *Journal of Economic Dynamics and Control* 25. pp. 721-746.

Friedman, Milton. 1953. *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press, Chicago, IL.

Nakamura, Emi, Jon Steinsson, Robert Barro, and Jose Ursua. 2010. "Crises and Recoveries in an Empirical Model of Consumption Disasters." *American Economic Journal: Macroeconomics* 5(3). pp. 35-74

Tauchen, George. 1986. "Finite State Markov-Chain Approximations to Univariate and Vector Autoregressions." *Economics Letters* 20. pp. 177-181

Xiong, Wei. 2013. "Bubbles, Crises, and Heterogeneous Beliefs." Unpublished Manuscript. Princeton University.