

Long-term Forecast of Korean real GDP using Non-linear Trend Model*

Insong Jang[†]

Abstract Abstract Long-term forecast on the size of future economy measured by real GDP is essential to planning and evaluation of long-term fiscal policy as well as pension reform and design of welfare system. The most widely used method for the forecast is production function approach which often depends upon noisy measurement of capital stock as well as ad-hoc assumptions for future productivity growth. In this paper, we avoid using them by fitting AR(1) model with non-linear deterministic trend. The problem of testing unit root while determining the order of trend polynomial at the same time is taken care of by applying sequential unit root test. We find that Korean real GDP data has quadratic deterministic trend instead of the often assumed stochastic trend. Iterative PW-GLS forecast shows that Korean GDP growth rate will fall to 2.35% in 2050 while it drops further to 0.66% when the effect of population ageing is incorporated.

Keywords Real GDP, Long-term forecast, Unit root, Non-linear trend

JEL Classification C22, E27, O47

* I wish to thank the two anonymous referees for their valuable comments.

[†] Economic Analysis Division, National Assembly Budget Office of Korea, Email address: ijang@nabo.go.kr

비선형 추세를 이용한 한국의 실질 GDP 장기 예측*

장 인 성 †

Abstract 미래의 국가 경제규모에 대한 예측은 중장기적 재정계획의 수립 및 평가를 위해 필수적일 뿐만 아니라, 연금개혁 및 장기적 사회복지정책 등의 입안 및 평가에도 중요한 역할을 한다. 실질 GDP의 장기 예측을 위해 그동안 주로 사용되어온 생산함수 접근법은 자본스톡의 측정 및 총요소생산성 등의 예측을 위해 종종 현실과 다소 거리가 있는 가정 혹은 대용변수들을 사용하는 단점이 있었다. 본고에서는 비선형 확정항을 포함하는 자기회귀모형을 통해 장기 GDP 예측치를 구함으로써 불필요한 가정을 줄이는 동시에 불완전한 자료의 이용을 피했다. 단위근 검정과 비선형 확정항의 차수 결정을 동시에 시행하는 단계적 단위근 검정법 적용 결과 한국의 실질 GDP 시계열은 2차 확정추세를 갖는 것으로 나타났다. 반복적 PW-GLS 추정법을 적용한 예측 결과 GDP 성장률은 2013년 4.09%까지 낮아진 후 2050년에는 2.35%에 달할 것으로 나타났다. 그러나 인구고령화를 반영하여 예측할 경우 성장률은 더욱 급속히 낮아져 2050년 0.66%에 달하였다.

Keywords 실질 GDP, 장기 예측, 단위근, 비선형 추세

JEL Classification C22, E27, O47

* 익명의 두 심사자의 유익한 지적에 감사드린다

† 국회예산정책처 경제분석실, 이메일 주소: ijang@nabo.go.kr

1. 서론

국내총생산, 즉 GDP(Gross Domestic Product)는 국내에서 일정기간 내에 발생한 재화와 용역의 시장가치의 총합계액으로서 경제의 규모를 측정하는 수단으로 널리 쓰이고 있다. 본고에서는 실질 GDP의 시계열 자료를 이용하여 GDP의 중장기 예측을 시도한다.¹⁾ 경제 변수의 변화를 예측한다는 것은 매우 어려운 일이다. 예측하고자 하는 지평이 길어질수록 불확실성도 그에 비례해서 커지는 것 또한 당연한 것이다. 그럼에도 불구하고 재정계획의 수립 및 경제 정책의 입안과 결정에 있어서 불가피하게 장기적 미래를 예측하여야 할 경우가 종종 발생한다. 우리나라에서는 현재 매년 5개년 중기 재정계획을 수립하여 예산편성을 중장기적 시계에서 시도하고 있으며 이러한 계획에는 이 기간 중 국가경제규모의 증가에 대한 예측이 필수적인 역할을 한다. 이는 미래의 국가경제규모가 세수추계에 직접적인 영향을 미치기 때문이다. 미국의 CBO(Congressional Budget Office)의 경우에는 10년간의 경제규모에 대한 예측치를 활용하고 있으며 정책 사안에 따라 더 장기간의 예측을 활용하기도 한다. 그러나 국가 경제규모의 예측이 중요한 것은 단지 국가 수입의 측면 때문만이 아니다. 조세 등을 통한 재분배정책에 있어 각 계층의 소득파악이 필수적인 역할을 하듯이 연금개혁 및 세대간 부의 재분배를 수반하는 사회복지정책의 입안 및 평가를 위해서는 현재세대와 미래세대간 소득의 차이를 파악하여 고려하는 것이 매우 중요하다. 이런 경우 미래 경제규모는 미래의 소득을 추정하기 위한 중요한 근거자료가 된다. 최근 우리나라의 연금 및 사회복지제도의 확대에 따라 미래의 경제 규모에 대한 여러 기관의 예측치들이 각종 분석에서 사용되고 있다. 분석에 사용되는 예측 지평은 종종 40년이 넘기도 한다. 이러한 장기간의 예측은 필연적으로 예측 모형에 사용된 여러 가지 가정에 많은 영향을 받을 수밖에 없다. 따라서 미래의 국가의 경제규모 및 소득수준에 대한 예측을 위해서 보다 직관적이면서도 가급적 임의적인 가정을 줄인 기본틀(benchmark)을 마련하여 비교의 기준으로 삼는 것이 도움이 될 것이다.

본고에서는 분석의 주안점을 예측능력에 두고 가능한 한 가장 간결한(parsimonious) 모형을 추정하는 것을 목표로 한다. 그동안 장기GDP에 대한 예측은 주로 생산함수 접근법에 의한 잠재 GDP의 측정을 통한 방식이 주를 이루어 왔다. 이러한 모형들은 GDP 성장에 기여한 요소들을 분리하여 각각의 기여도를 측정할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 한편 관측하기 어려운 자본스톡 및 총요소생산성 등의 예측치에 의존하므로 이러한 변수들의 측정 및 예측을 위해 때로는 현실과 다소 거리가 있는 가정 혹은 대용변수들을 사용하는 것이 불가피하다. 그러나 정책실험 등이 주목적이 아니라 예측이 목적이라면 단변수 시계열모형은 생산함수모형 혹은 복잡한 구조모형에 비해 불완전한 자료의

1) 예측에 있어서 장기와 단기의 구분은 추세와 경기순환 중 어느 요소가 더 큰 영향을 미치는가에 따라 실증적으로 내릴 수 있을 것이다. 장기일수록 경기순환의 영향이 감소하고 추세의 영향이 강해진다. 일반적으로 GDP의 단기예측 지평은 1~2년 정도에 국한된다.

이용을 회피할 뿐만 아니라 유지 및 보수가 간단하고 직관적이라는 상대적 장점을 가지고 있다.

본고에서는 특히 확정항을 포함한 자기회귀모형을 통해 예측치를 구한다. 일반적으로 GDP 시계열의 추세가 확정적인지 확률적인지를 결정하기 위해 단위근 검정을 할 때 상수항 혹은 선형추세만을 포함하여 검정하는 경우가 많다. 그러나 최근 해외의 연구결과가 보여 주듯이 실질 GDP 시계열이 확률적 추세항을 갖는다는 검정 결과는 비선형 추세를 배제했기 때문일 가능성이 크다. 따라서 다항추세의 차수와 단위근을 동시에 검정하되 가장 효율적인 검정 및 추정방법을 적용할 필요가 있다. 이하 본고의 내용은 다음과 같다. 제 2장에서는 추세 GDP의 개념 및 장기 GDP 예측 방법, 기존 연구 결과 등에 대해 살펴본다. 제 3장에서는 먼저 추세항의 차수와 단위근을 동시에 효율적으로 검정하는 단계적 단위근 검정법을 통해 추세항의 확정성 여부 및 차수를 검정한 후 다항추세를 포함한 자기회귀모형을 통한 실질 GDP 추정 및 장기 GDP 예측을 시도한다. 제 4장에서는 추정 및 예측 결과를 설명하고 특히 인구구조의 변화와 관련하여 GDP 추세의 변화가능성을 살펴본다. 제 5장은 결론과 함께 본고를 마무리한다.

2. 추세 GDP의 개념 및 장기 GDP 예측 방법

2.1. 잠재 GDP와 추세 GDP

장기 GDP 예측을 위한 방법론을 논하기에 앞서 먼저 구분하여야 할 것은 잠재 GDP(potential GDP)와 추세 GDP(trend GDP)의 개념적 차이이다. 잠재 GDP는 일반적으로 인플레이션 압력을 유발하지 않고 한 경제의 투입요소를 최대한 투입하여 생산할 수 있는 산출수준으로 정의되고 있다.²⁾ 잠재 GDP는 주로 단기적인 인플레이션 압력을 측정하기 위해 사용된다. 즉, 실질 GDP가 잠재GDP보다 낮으면 인플레이션을 가속화할 위험성을 피하면서 경기부양책을 사용할 여지가 있으며 반대의 경우에는 긴축정책의 사용필요성이 제기될 수 있다.³⁾ 잠재 GDP가 이러한 용도로 사용될 때 주된 관심사는 현 시점에서의 잠재 GDP의 추정치를 측정하는 것이다. 따라서 장기 추세에 대한 예측보다는 경기순환상의 현 위치를 파악하는 것이 핵심이 된다. 반면 장기 예측의 경우 시계열 상의 추세(trend)의 변동을 예측하는 것이 핵심이라 할 수 있다. 추세 GDP는 기술적인 개념으로서 실제 실현된 총산출의 시계열을 순환과 추세로 나누는 것을 전제한다. 추세의 추출 방식은 필터링 기법을 사용하는 방식과 추세항을 사용하는 방식으로 나눌 수 있다. 필터링 기법은 앞서 언급한 잠재 GDP의 현재 추정치를 측정하는데 주로 사용되며 미래의 추세를 얻을 수 없다는 특성상 예측에는 거의 사

2) 따라서 실제의 총산출이 반드시 잠재 GDP와 일치하지는 않으며 실제 총산출 시계열 자료를 이용하지 않고 투입요소와 생산성을 별도로 측정하여 그로부터 잠재 GDP를 계산할 수도 있다.

3) 이러한 잠재GDP의 개념 및 활용법에 대해서는 여러 가지 논란이 존재하고 있으나 본고의 주안점과는 직접 관련이 없으므로 여기에서 다루지 않는다. Cotis, Elmeskov and Mourougane(2003)을 참조하라.

용되지 않으므로 본고에서는 고려하지 않는다.

한편 잠재 GDP와 추세 GDP의 관계는 주어진 한 국가의 경제를 바라보는 시각에 따라 다를 수 있다. 즉, 장기에 있어 그 경제가 효율적으로 작동하고 있으며 최적의 균형경로를 따라가고 있다고 본다면 추세 GDP는 잠재 GDP와 일치할 것이라고 볼 수 있다. 반면, 구조적 실업 등으로 인해 저고용 균형경로를 따라 간다면 추세 GDP는 잠재 GDP보다 낮게 나타날 것이다. 본고는 추세 GDP의 측정을 목표로 하지만 만약 한국 경제가 장기에 있어 최적균형경로를 따라가고 있다고 가정한다면 잠재 GDP와 다르지 않을 것이라고 볼 수 있다.

2.2. 잠재GDP 추정방법

앞서 언급한 대로 잠재 GDP의 추정방법은 총생산함수(aggregate production function)를 이용한 방식과 시계열접근방식으로 나눌 수 있다. 본고의 주된 목적인 장기 GDP 예측을 위해서 그동안의 연구에서는 총생산함수를 이용한 잠재 GDP 추정방식이 주로 사용되어 왔다.

2.2.1. 생산함수를 이용한 접근법

생산함수 접근법을 사용한 국내연구로는 한진희 등(2003), 김동석(2004), 박양수·문소상(2005), 및 박형수·류덕현(2006)이 있다. 한진희 등(2002)은 Cobb-Douglas 생산함수와 노동소득분배율 0.654를 가정한 후 1981~2000년간의 연간자료를 이용하여 잠재성장률을 산출하였다. 잠재 GDP의 예측을 위해 필요한 총요소생산성 증가율은 과거 연구결과 및 해외자료 등을 참고하여 1.5%p씩 증가할 경우 및 2%p씩 증가할 경우로 나누어 가정하였다. 추정결과 우리나라의 잠재성장률 예측치는 제도개선시 2003~2007년간 5.4%, 2008~2012년간 5.1%, 현 수준 유지시 각각 4.5%, 4.6%로 나타났다.

김동석(2004)은 노동소득분배율 0.685를 가정한 후 1980~2003년간 자료를 이용해 투입요소의 예측치를 구하여 생산함수에 적용하였다. 총요소생산성은 한진희 등(2003)과 마찬가지로 1.5%씩 증가할 경우와 2%씩 증가할 경우를 가정하였다. 잠재성장률을 계산한 결과 총요소생산성이 2%씩 증가하고 인구증가율이 가장 낙관적인 경우 2041~2050년간 성장률이 1.73%, 총요소생산성의 증가율이 1.5%이고 인구증가율이 가장 비관적인 경우 0.62%로 나타났다.

박양수·문소상(2005)은 1987~2004년간의 분기자료를 이용하여 생산함수를 추정하였는데 일반적인 로그선형 생산함수모형과 달리 특허출원 및 등록건수를 이용해 계산한 기술스톡, 산업대출금과 제조업 생산유발계수 등을 총요소생산성의 대용변수로 사용하였다. 추정결과 우리나라의 잠재GDP 성장률은 1991~2000년간 6.1%, 2001~2004년간 4.8%로 나타났으며 2005~2014년간 전망치는 중립적 전망의 경우 4.6%를 중심으로 낙관적인 경우 5.2%, 비관적인 경우 4.0% 등으로 나타났다.

박형수·류덕현(2006)은 노동소득분배율 0.59를 가정하고 총요소생산성 및 각각의 투입요소들의 예측치를 구하기 위해 OECD 국가별 자료를 이용하여 회귀분석하였다. 총생산함수를 추정하여 잠재성

장률을 계산한 결과 2001~2010년간 4.66에서 2040~2050년간 0.93으로 하락하는 것으로 나타났다.

생산함수에 바탕을 둔 접근법은 투입요소별 성장기여도를 분리하여 측정할 수 있는 장점이 있으며 거시계량모형에 활용하기 용이한 반면 투입요소의 측정과 통계적 예측에 여러 가지 임의적인 가정들이 포함된다는 문제점이 있다. 예컨대 중요소생산성의 예측이 가장 핵심적임에도 불구하고 이의 추정을 위한 통계적 방법론은 확립되어 있지 않으며 자료 또한 불충분한 대응변수에 의존한다. 또한 생산함수 및 투입요소의 통계적 추정은 로그 GDP 및 설명변수들이 모두 비정상 시계열이므로 변수들 간의 공적분관계가 성립하지 않을 경우 수준변수의 사용을 통한 OLS 추정방식에 문제가 발생한다.

2.2.2. 시계열 접근법

시계열 분석을 통한 잠재 GDP 연구의 가장 큰 특징은 생산함수 접근법과는 달리 주로 GDP갭을 측정하는 것에 초점이 있다는 점이다. 따라서 모형의 설정(model specification)에 있어서 예측 능력 보다는 과거 및 현재 자료의 추세와 순환으로의 분해에 주안점을 둔다. 예컨대 Hodrick-Prescott 필터 등을 비롯한 필터링 기법의 경우 관측된 자료에서 추세를 추출할 수 있으나 그 성격상 이를 예측에 사용하기는 어렵다.

이병완(2002)은 다변수 필터링 기법을 은닉인자모형과 결합하여 잠재 GDP를 추정하였다. 송태정(2005)과 황종률(2007)은 일변수 및 다변수 은닉인자모형을 통하여 잠재 성장률을 추정하였다. 은닉인자모형을 사용한 분석에서는 일반적으로 GDP의 시계열이 편류향을 가진 확률적 추세를 가진다고 가정한다. 유병삼(2000)은 구조적 VAR모형을 통해 잠재 GDP를 추정하였다. 필터링 기법 이외의 시계열 분석에서도 예측은 관심의 대상이 아니다. 대개 편류향을 가진 확률적 추세모형을 설정하므로 만약 예측을 시도한다면 추세를 제외한 나머지 부분은 예측력이 없어 전체적 예측은 단순한 선형으로 나타날 것이다.

이상 살펴본 바와 같이 GDP 시계열에 대한 기존 국내 연구는 추세의 성격을 확률적이라고 결론 내리고 있다. 따라서 단변수 시계열 분석을 통한 추세의 예측은 거의 이루어지지 않고 있다. 그러나 최근 해외의 연구에서 실질 GDP 추세의 성격은 새로운 조명을 받고 있다.

2.3. 실질 GDP 시계열의 특성 및 추세 GDP

추세 GDP를 통해 예측을 시행하기 위해서는 실질 GDP 시계열의 특성을 파악하여 모형설정을 하는 것이 가장 중요하다. 즉, 실질 GDP가 확률적 추세향을 갖는 비정상시계열인지 아니면 확정추세향을 갖는 정상시계열인지를 먼저 검정할 필요가 있다. 이를 위해서 여러 가지 단위근 검정법이 개발되었다. 단위근 검정과 관련해서 가장 많이 다뤄진 시계열 자료가 실질 GDP라 해도 과언이 아닐 정도로 단위근 검정법과 GDP 시계열의 특성에 대한 이해는 서로 밀접한 관련을 맺고 발전해 왔다.

이는 우연이 아니라 이론의 시대적 흐름을 반영하는 것이다.

Nelson and Plosser(1982)는 실질 GDP를 포함한 미국의 14개 거시 시계열자료에 대해 Dickey-Fuller 검정법을 통해 편류향을 가진 단위근 검정을 시행한 결과 13개의 시계열이 단위근을 가진다는 결과를 얻었다. 즉, 대부분의 거시 시계열자료가 확정적 선형추세를 가진 정상과정을 따르는 것이 아니라 편류향을 가진 임의보행과정을 따른다는 것이다. 전자의 경우 실질 GDP에 대한 충격이 일시적임을 의미하는 반면 후자의 경우 실질 GDP에 대한 충격이 영구적임을 의미한다. 따라서 임의보행가설이 사실이라면 경기순환이 총수요가 아니라 공급부문의 충격에 의해 유발된다는 실질경기순환이론(real business cycle theory)에 실증적 근거를 제공하게 되는 것이다. 따라서 이러한 주장은 많은 후속연구를 낳았고 Stock and Watson(1986), Campbell and Mankiw(1987), Phillips and Perron(1988) 등이 Nelson and Plosser와 유사한 결론을 내렸다. 그러나 단위근 검정법에 대한 새로운 발전이 이루어지면서 초기의 단순한 단위근 검정법에 의거한 결론들이 도전을 받기 시작했다.

먼저 단위근의 존재를 귀무가설로 하는 단위근 검정법의 검정력(power)이 낮아 단위근을 기각하지 못하는 경우가 과도하게 많다는 점이 밝혀졌다. 특히 표본의 크기가 작거나 자기회귀항의 계수가 단위근에 가까울 경우 단위근 검정법의 검정력은 매우 낮은 것으로 알려졌다. 이는 새로운 단위근 검정법에 대한 모색을 가져왔다. 먼저 단위근의 존재를 귀무가설로 하는 기존의 검정법과는 정반대로 정상성을 귀무가설로 하는 검정법(KPSS)이 Kwiatkowski 등(1992)에 의해 개발되었다. Rothman(1997)은 미국의 실질 GNP 시계열에 대한 KPSS 검정을 시행하여 확정적 추세를 가진다는 귀무가설을 기각하지 못함을 보여주었다.

또한 선형성에 대한 가정도 과도하게 낮은 검정력의 원인이 될 수 있음이 주목받았다. 즉, 단위근 검정법들은 주로 편류향을 지닌 임의보행과정을 귀무가설로 하고 확정적 선형추세를 지닌 정상과정을 대립가설로 하고 있다. 만약 실질 GDP가 확정적 비선형추세를 가지고 있다면 이러한 검정은 매우 약한 검정력을 가진다. 예컨대 DGP가 p 차 다항추세를 포함하고 있음에도 불구하고 만약 p 번 째 항을 생략한다면 y 의 지체변수의 설명력이 그 부분을 대신하게 될 것이다. 따라서 t -test의 단위근 귀무가설의 점근적 검정력은 0이 된다. 비선형성을 모형에 반영하는 방법으로 단절점을 도입하는 방법과 비선형 추세를 이용하는 방법이 있다. Perron(1988)은 선형추세에 단절이 허용된다면 단위근이 기각될 수 있음을 보여주었다. 또 Diebold and Senhadji(1996)는 단절이 없이도 시계열이 충분히 길 경우 단위근이 기각됨을 보였다. Ouliaris, Park, and Phillips(1989)는 다항추세를 포함한 단위근 검정식을 개발하고 임의보행으로 알려진 거시 시계열의 일부가 확정적 다항추세를 가진 모형임을 보여주었다. 또한 Bierens(1997)는 Chebyshev 다항식을 이용한 비선형 검정법을 개발했다.

최근 Cushman(2006)은 2차 추세를 포함한 확정추세모형을 전후 미국의 실질 GDP자료에 적용하여 단위근을 검정한 결과 단위근이 기각됨을 보여주었다. 또한 Vougas(2007)는 전후 미국의 실질 GDP가 단위근을 갖기보다는 확정적 비선형 추세를 가지며 이는 1960년대 중반부터 시작된 미국의

생산성 체감현상과 일치하는 것이라고 주장했다. Cook and Manning(2002), Siliverstovs(2003) 등은 2차 추세가 단위근 검정식에서 빠져 확정추세가 오설정(misspecified)될 경우 Dickey-Fuller test의 결과가 왜곡됨을 보여주었다. 다음 장에서는 이러한 단위근 검정의 이론을 토대로 우리나라 실질 GDP의 추세항의 성격을 검정해보고 가장 적합한 모형을 추정한다.

3. 다항추세식을 이용한 GDP 장기 추세의 측정

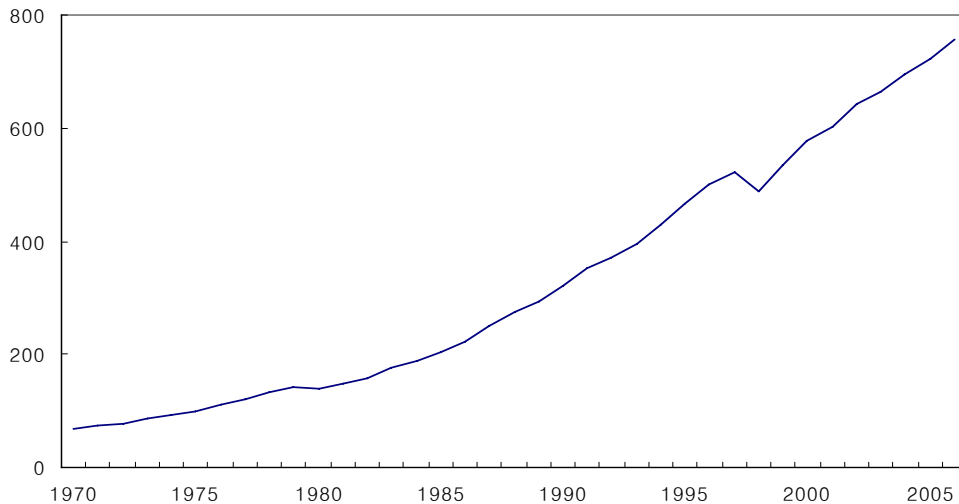
3.1. 단위근 검정 및 모형설정

3.1.1. 수준변수 대 로그변수

시계열 변수의 분석은 원자료(raw data)의 관찰을 통해 변수의 특성에 대한 직관을 얻는 것으로부터 시작하는 것이 바람직하다. 실질 국내총생산(GDP)⁴⁾의 관측치를 먼저 그래프로 나타내 보면 다음과 같다.

[그림 1] 실질 국내총생산(GDP)

(단위: 조원)



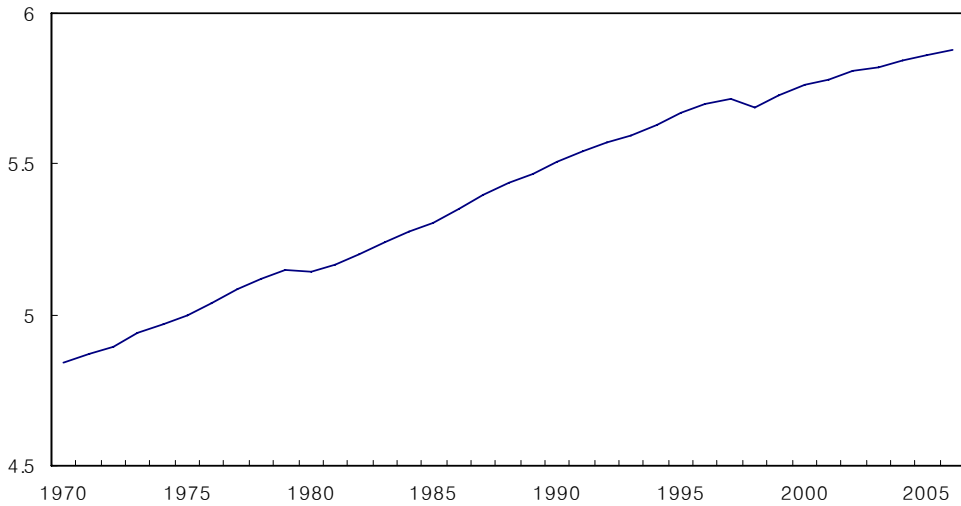
자료: 한국은행

위 그래프로부터 실질 GDP의 원자료가 비정상(non-stationary) 시계열이며 또한 비선형이라는 점을 어렵지 않게 관찰할 수 있다. 미국의 과거 연구사례를 보면 지수함수를 가정하고 로그 변환을 취한 후 선형 추세식을 추정하는 것이 보편적이었다. 그러나 한국 실질 GDP의 경우 로그 변환을 하면

4) 이하 모든 실질GDP 자료는 2000년 불변가격 기준이다.

두 번의 단절이 있는 선형 추세로 나타난다. 따라서 로그 변환의 주된 장점인 선형성을 통한 모형 추정의 용이성을 얻을 수 없다. 물론 단절점이 있는 로그 선형모형으로 추정하는 것도 하나의 방법이 될 수 있다.

[그림 2] 로그 실질 총생산



거시 시계열 변수의 모형화와 관련된 문헌을 고찰해 보면 선형 추세선의 절편이나 기울기 등에 있어서의 구조적 변화(structural break)를 검정하고 모형화하는 논문들이 하나의 흐름을 이루는 한편⁵⁾ 앞서 언급한 바와 같이 비선형 추세선의 존재 여부를 단위근의 존재 여부와 동시에 검정하고 모형화하여 예측에 활용하는 또 다른 일련의 흐름도 존재한다⁶⁾. 본고는 후자의 접근방식을 택하고 있다. 이 두 가지 접근방식은 자료 생성 과정(data generating process)에 대한 서로 다른 관점을 나타내는 것으로 해석할 수 있을 것이다. 즉, 추정기간 동안에 일어난 특정한 사건 혹은 외생적 변화가 추세에 이전과는 다른 영구적인 변화를 가져온 것으로 간주할 것인지 혹은 본질적으로 장기적, 내생적 변화의 연장선상에서 발생한 일시적 이탈값(outlier)으로 간주할 것인지의 차이로 볼 수 있다. 또한 선형으로 이루어지는 시계열의 변화가 커다란 외생적 충격을 통해 단속적(discrete)으로 진행방향을 바꾸는 것으로 파악하는 방법과 시계열의 변화가 비선형적, 연속적으로 이루어지는 것으로 파악하는 방법 간의 차이라고 해석할 수도 있다. 필자가 아는 한 이 두 접근방식은 현재까지 모형설정검정(model specification test)을 통해 우열을 가리는 방법은 개발되어 있지 않으며 각각

5) Perron, P(1989), Murray, J. and Charles R. Nelson(2000), Perron, P. and Gabriel Rodriguez(2003), Pesaran et al.(2006), Harris et al.(2007).

6) 본고 참조.

독립적으로 실증분석에 활용되고 있다.

각각의 방식은 나름대로의 장단점을 가지고 있다. 단절점 모형의 경우 외환위기 이후의 추세가 곧 새로운 장기 추세라고 간주하기에는 아직 시간이 충분히 흐르지 않은 것으로 볼 수도 있으므로 최근 10년간의 자료에서 나타나는 추세의 변화를 영구적인 것으로 간주할 경우 장기예측에서 외환위기 이후의 추세가 지나친 영향을 미칠 가능성도 배제할 수 없다. 그 밖에 단위근의 존재 가능성, 추세의 비선형성 여부, 단절점의 존재 가능성 및 성격(기울기, 절편 등) 등이 동시에 검정되어야 하므로 검정방법이 복잡해지고 특히 연간 시계열 자료의 크기를 고려했을 때 낮은 검정력(power)의 문제가 발생할 우려 등이 있다⁷⁾.

3.1.2. 추세의 성격: 확률적 추세와 확정적 추세

추세가 있는 시계열의 경우 확정적 추세모형(deterministic trend model)을 사용하거나 확률적 추세모형(stochastic trend model)을 적용할 수 있다.⁸⁾ 확정적 추세모형과 확률적 추세모형은 서로 다른 장기예측결과를 초래하므로 이 두 가지 모형사이의 적합도 검사가 필요하다. 특히 단위근 검정을 통한 확정적 추세모형과 확률적 추세모형 사이의 모형선정은 예측의 정확도를 높이기 위해서 중요하다. Stock and Watson(1998)은 미국의 거시 시계열변수 예측모형들의 예측력에 대한 광범위한 실증 분석을 통하여 단위근 사전검정을 통해 선정된 자기회귀모형이 가장 예측력이 높음을 밝혔다. Diebold and Kilian(2000)은 추세항이 포함된 강한 지속성을 가진 단변수 자기회귀모형을 예로 연구하여 단위근 사전검정(pretest)이 예측 정확도를 높이는 데 매우 도움이 됨을 밝혔다. 따라서 이하에서는 추세의 성격이 확률적인지 확정적인지를 알아보기 위해 먼저 단위근 검정을 한 후 다항추세모형을 추정하고자 한다.

(1) 단위근 검정

단위근 검정법은 귀무가설과 대립가설의 설정여부 및 추세항의 설정 여부에 따라 검정력이 달라진다. 따라서 먼저 귀무가설의 서로 다른 설정에 따른 검정 결과를 비교해 본다. 그리고 추세항의 설정에 따른 검정법의 결과 및 문제점을 살펴보고 마지막으로 Ayat and Burrige(2000)의 단계적 검정법을 적용해 검정해 본다.

(가) 귀무가설과 단위근 검정

단위근 검정에서 가장 널리 쓰이는 검정식은 다음과 같은 ADF(Augmented Dickey-Fuller) 검정법이다.

7) 그럼에도 불구하고 심사자의 지적대로 외환위기 이후의 변화가 장기 GDP 추세에 구조적인 변화를 초래했을 가능성을 검정하고 예측에 반영하여 본고의 예측 결과와 비교하는 것은 흥미로운 후속 연구 주제로 생각된다.

8) 널리 쓰이는 확정적 추세모형에는 다항추세모형, 지수모형, 로지스틱모형 등을 꼽을 수 있다.

$$\Delta y_t = (\rho - 1)y_{t-1} + \delta'z_t + \sum_{j=1}^p a_j \Delta y_{t-j} + e_t$$

귀무가설은 단위근이 존재한다는 가정으로서 $H_0 : \rho = 1$, 대립가설은 $H_1 : \rho < 1$ 이다. 본고에서는 1970~2007년간 우리나라 실질 GDP 시계열 자료를 이용하여 상수항과 선형 시간추세를 포함하여 검정한 결과 단위근 가설을 10% 유의수준에서도 기각하지 못했다. 또한 지체항 차수(lag order)를 결정할 필요가 없고 이분산의 일반적 형태를 수용할 수 있다는 점에서 ADF 검정식보다 진전된 Phillips-Perron 검정식을 이용한 검정결과 역시 부록의 [표 2]에서 보듯이 유의수준 10%에서도 단위근 존재를 기각하지 못했다. 따라서 실증분석에서 종종 그러하듯이 지금까지의 검정 결과로 결론을 내린다면 단위근이 존재한다고 보아야 할 것이다.

그러나 ADF 검정법이나 Phillips-Perron 검정법 등의 검정력이 낮아 귀무가설을 기각하지 못하는 경우가 종종 발생함을 감안하여 Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin(KPSS) 검정법과 같이 확정적 추세를 귀무가설로 하는 단위근 검정을 시도해볼 필요가 있다. KPSS 검정에 따른 결과는 부록의 [표 3]에서 보듯이 LM 검정량의 값이 0.1928로서 정상성을 5% 유의수준에서는 기각하지만 1% 유의수준에서는 기각하지 못했다.

(나) 추세항과 단위근 검정

검정력에 있어서 귀무가설보다 더 중요한 문제는 확정항의 비선형성이다. 일반적인 계량경제학 통계패키지들은 앞서 다룬 단위근 검정식을 대부분 포함하고 있지만 추세항의 선택에 있어서는 상수항 및 선형추세만을 선택할 수 있도록 되어있다. 따라서 실증분석을 행하는 연구자들은 종종 선형추세까지만 검정을 해본 후 결론을 내리게 된다. 그러나 자료 생성 과정(data generating process)이 비선형 추세를 포함하는데도 단위근 검정식에서 이를 누락할 경우 검정식은 오설정(misspecified)된 식이 되어 검정력이 매우 낮아진다.

일반적으로 단위근 검정을 시행할 때 다항식으로 표현되는 확정항의 차수(order of polynomial)에 대한 불확실성이 존재한다. 이런 경우 종종 먼저 추세항에 대한 비공식적인 사전검정(pretest)을 행하여 차수를 먼저 결정한 후 단위근 검정식에 포함시켜 단위근 존재 여부를 검정한다. 그러나 단위근 검정시 불필요한 확정항이 포함되면 지체변수의 계수가 비효율적으로 추정되게 되어 검정력의 손실이 발생하며 반대로 DGP가 확정항을 포함하는데 검정식에서 누락할 경우에는 추정량이 불일치(inconsistent)하게 된다. 따라서 모형이 비선형일 때 확정항의 차수와 단위근을 동시에 검정해야 하는 어려움이 있다. Ayat and Burrige(2000)는 차수와 단위근에 모두 불확실성이 있을 때 효율적으로 통계적 추론을 하는 다음과 같은 단계적 단위근 검정법을 개발했다.

① 단계 1

먼저 2차 추세식을 유지가설로 택한다. 귀무가설하에서 2차함수적 추세에 불변적인 예비 단위근 검정을 행한다.⁹⁾

$$\Delta y_t = (\rho - 1)y_{t-1} + \alpha_{02} + \alpha_{12}t + \alpha_{22}t^2 + \sum_{j=1}^p a_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (1)$$

검정법에는 다음과 같은 2가지 방식이 있다.

추정방법1. 먼저 OLS에 의해 추세항만을 추정하여 제거(detrending)한 후 다음과 같은 ADF 모형으로 전환시켜 다시 OLS에 의해 추정하여 $\rho = 1$ 을 검정한다.¹⁰⁾

$$\Delta y_t = (\rho - 1)y_{t-1} + \sum_{j=1}^p a_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (2)$$

추정방법2. Elliott 등(1996)에 의한 DF_GLS 검정법을 사용한다. 이 검정법은 추세항을 추정하는 방식이 의사일반화자승법(pseudo-generalized least squares)을 사용한다는 점에서 OLS방식과 다르다. 일단 추세항이 추정된 후에는 추정방법1과 동일한 방법으로 $\rho=1$ 을 검정한다.

추세항 추정을 위한 회귀방정식에서 사용되는 변수의 준차분을 위한 계수는 회귀방정식에 포함된 추세항의 차수에 따라 다르다. 차수가 0~2차 사이에서 준차분(quasi-differencing)을 위한 계수는 검정 크기(size)가 5%일때 검정력 50%에서 점근적 검정력함수(asymptotic power function)를 검정력 포락선(power envelope)에 접하게끔 정한다. Elliott 등(1996)은 단위근 근방(local to unity) 대립가설 $\rho = 1 + c/T$ 에 기초한 점근적 근사를 이용하여 c 를 계산하였다. 추세항이 0차일 경우와 1차일 경우 각각 $c_0 = -7.0$, $c_1 = -13.5$ 를 얻었으며 Ayat and Burridge는 추세항이 2차인 경우를 계산하여 $c_2 = -18.5$ 를 얻었다. 따라서 이하에서는 $\rho_j = 1 + c_j/T$ 에 따라 계수를 구해서 준차분한다. 변환된 종속변수벡터는

$(y_1, y_2 - \rho_2 y_1, \dots, y_T - \rho_2 y_{T-1})'$ 이며 독립변수행렬은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} 1, 1 - \rho_2, \dots, 1 - \rho_2 \\ 1, 2 - \rho_2, \dots, T - (T-1)\rho_2 \\ 1, 4 - \rho_2, \dots, T^2 - (T-1)^2 \rho_2 \end{pmatrix}$$

9) Ouliaris 등(1988)은 다항추세와 단위근을 동시에 검정하는 방식을 택했다. 즉, 지체변수와 다항추세식을 포함한 회귀모형을 OLS로 추정하고 단위근 검정식의 분포를 구하였다. 그러나 이 경우 검정식의 분포가 비정규, 비표준이며 검정식이 nuisance parameter를 포함하고 있으므로 검정이 복잡해진다. Ayat and Burridge는 2단계 추정을 통한 단계적 검정법을 택함으로써 단순화하였다.

10) 1단계 검정시 지체변수와 최고차항을 동시에 검정하는 F-test를 하는 것이 필요할 것 같으나 박준용(1994)이 보여준 바와 같이 최고차항을 포함하여 검정하는 것은 검정력에 전혀 도움을 주지 않는다. 따라서 지체변수의 계수에 대한 t-test만으로 검정한다.

변환된 변수들로 OLS 추정을 하여 얻은 추세항들의 계수는 GLS 계수가 된다. 2차추세항을 포함한 GLS 회귀방정식의 단위근 검정시의 기준치는 Monte Carlo 시뮬레이션에 의해 구해졌으며 Ayat and Burridge(2000)의 부록에 수록되어 있다.

② 단계 2

- a. 추세항의 차수를 k 라 하자. 만약 단위근이 단계1에서 기각되지 않았을 경우 잠정적으로 이 가설을 유지한 상태에서 $k=1$ 이라는 귀무가설을 검정한다.
- b. 단위근이 단계1에서 기각되었다면 $k=1$ 이라는 귀무가설을 검정한다. 이 때 t-test는 Ayat and Burridge(2000)의 부록에 나오는 대로 일반적인 t 분포를 이용하여 검정한다.

③ 단계 3

- a. 만약 $k=1$ 이 단계2에서 기각되었다면 검정을 종료한다. 즉, 2차함수적 추세를 받아들인다. 2a의 경우에 해당한다면 2차함수적 추세가 있는 임의보행모형으로 결론날 것이고 2b의 경우에 해당한다면 2차함수적 추세가 있는 자기회귀모형으로 결론날 것이다. 이미 시행한 단위근 검정이 유지된 (maintained) 2차함수적 추세에 불변인 유일한 검정법이기 때문이다.
- b. $k=1$ 이 단계2에서 기각되지 않고 단위근 또한 기각되지 않았다면 귀무가설 하에서 선형추세에 불변인 두 번째의 임시 단위근 검정을 행한다.
- c. $k=1$ 이 단계2에서 기각되지 않았으나 단위근은 기각되었다면 다시 $k=0$ 라는 귀무가설을 검정한 후 검정을 종료한다.

단계적 검정법을 사용한 1단계 검정 결과는 다음과 같다. 먼저 OLS 추세제거법의 경우 2차 추세항을 포함한 추세식을 추정한 결과 부록의 [표 4]에서 보듯이 모든 계수가 1% 수준에서 유의한 것으로 나타났다. 추세를 제거한 후 잔차를 이용한 ADF 회귀방정식의 추정결과 지체변수의 계수값은 -0.37 , ADF 검정 통계량은 -2.80 으로 1% 유의수준에서 단위근 가설을 기각했다. 다음으로 DF-GLS 추세제거법의 경우 의사일반화 추세제거법에 의해 먼저 $c_2 = -18.5$ 를 사용하여 준차분된 변수들로 추세항을 추정한 결과 모든 계수가 5% 수준에서 유의하게 나타났다. 또한 잔차를 이용한 ADF 추정결과 지체변수의 계수값은 -0.807 , 단위근 검정결과 ADF 검정통계량은 -4.79 로서 역시 1% 수준에서 단위근 가설을 기각했다.

이상 1단계 검정결과 2차항이 유의하며 단위근이 기각되었으므로 1단계로서 검정이 종료된다.

수준변수를 사용하여 얻어진 이러한 결과는 로그 실질 GDP를 이용한 경우에도 동일하게 나타났

다.¹¹⁾

3.2. 계수 추정(Estimation) 및 예측(Forecasting)

본 장에서는 확정추세항을 포함한 자기회귀모형을 통해 실질 GDP를 추정하고 일반적인 장기 GDP 예측의 지평에 따라 2050년까지의 예측을 시도한다.

3.2.1. 추세항의 추정

추세항을 포함한 회귀방정식을 추정할 때 OLS 추정량의 점근적 성질에 대해 먼저 간략히 확인할 필요가 있다. 일단 추세를 제거한 후 추정하는 경우 및 추세를 포함하여 추정하는 경우 모두 시간추세항에 대한 추정이 필요하기 때문이다. 먼저 시간추세항은 비정상시계열이다. 잘 알려진 바와 같이 일반적으로 비정상시계열을 회귀분석할 경우 OLS 추정치는 비정규분포를 따르며 가성회귀의 위험성이 발생한다. 그러나 시간추세항을 추정하는 데 있어서는 OLS를 적용하더라도 별 문제가 없음이 알려져 있다. 다음과 같은 회귀모형을 가정하자.

$y = Z\delta + u$, y 는 종속변수벡터, Z 는 독립변수 행렬, δ 는 파라미터 벡터, u 는 $iid\sim(0, \sigma^2 I)$ 백색 잡음(white noise)벡터이다. 먼저 유의할 점은 Z 가 시간변수로 이뤄진 비정상변수 행렬일 경우 일반적인 OLS 추정에 사용되는 가정들이 적용되지 않는다는 것이다. 만약 Z 가 정상변수(stationary variable)라면 δ 의 OLS 추정치인 $\hat{\delta}$ 은 설명변수에 대한 일반적인 가정인 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} Z'Z = Q$, Q 는 non-singular 행렬이라는 조건 하에서 일치적(consistent)이다. 이 가정의 의미는 표본의 크기가 증가함에 따라 표본적률(sample moment)이 모집단(population)의 적률과 가까워진다는 것이다. 그러나 이제 Z 가 다항시간추세(polynomial time trend)로 구성되어 t 번째 열이 $Z_t = [1, t, t^2, \dots, t^p]$ 라면 Z 는 비정상 변수이며 더 이상 일반적인 정상변수의 경우에 적용되는 위와 같은 가정은 성립되지 않는다. 즉 $\frac{1}{n} Z'Z$ 는 이제 n 이 무한대로 접근함에 따라 급격히 발산(explode)한다. 또한 상수항의 파라미터와 시간변수의 파라미터는 서로 다른 수렴속도(speed of convergence)를 가진다. 특히 시간변수의 파라미터는 초일치적(super-consistent)인 분포를 갖는다. 그러나 그럼에도 불구하고 여전히 t-test와 F-test는 점근적 정규성(asymptotic normality)을 갖는다. 따라서 시간변수의 경우 비정상임에도 불구하고 점근적 정규성을 이용한 OLS 추정 및 가설검정에는 문제가 없다.

11) 로그 실질 GDP를 상수항 및 선형 추세를 포함해 단위근 검정을 해보았을 때 귀무가설을 기각하지 못했다. ADF, PP, 및 KPSS 테스트 결과는 모두 수준 변수의 경우와 유사했다. 또한 로그 실질 GDP의 선형 모형으로 추정했을 때 추세항의 계수들이 유의하지 않았다. 잘 알려진 바대로 회귀모형에 DGP의 변수가 누락될 경우 추정된 계수는 불일치(inconsistent)하다. 따라서 추세항에 2차항을 포함시켰을 때 모든 변수들이 유의하게 나타났으며 단위근 가설 또한 기각되었다. 로그 모형의 검정 및 추정 결과는 저자로부터 입수할 수 있다.

그렇다면 오류항에 자기상관이 있는 경우는 어떠할까. 이 경우 OLS 추정량은 잘 알려진 대로 일치적(consistent)이고 점근적으로 정규분포를 지나나 효율적이지는 않다. 그러나 Grenander and Rosenblatt(1957)의 연구에 의해 일찍이 알려진 바대로 설명변수가 시간추세항만으로 이루어진 경우에는 OLS 추정량이 점근적 효율성을 갖는다. 따라서 시간추세항을 먼저 OLS로 추정하여 추세를 제거하더라도 점근적 효율성에서는 아무런 손실이 없다. 또한 시간추세항과 더불어 지체항을 포함하는 회귀방정식의 경우에도 가성회귀를 피할 수 있다. 즉, t-test는 유효하다.¹²⁾

그러나 한정된 표본을 사용하는 실제에 있어서는 위에서 언급한 점근적 결과와는 달리 OLS와 GLS 모형간에 차이가 존재한다. Ng and Vogelsang(2002)은 예측 성능(forecasting performance)에 관한 두 모형 간 비교를 통해 최적의 모형을 찾았다.

3.2.2. 추정 및 예측

Ng and Vogelsang(2002)은 강한 자기상관이 있는 시계열 변수에 평균이나 추세 등의 확정항이 함께 포함된 경우 이 확정항을 다루는 방식이 모형의 예측력에 중요한 영향을 미친다는 것을 보여주었다. 특히 GLS 추세제거가 OLS에 비교해서 더 나은 예측력을 가짐을 보여주었다. 확정항을 가진 정상시계열(covariance stationary process)의 h기 이후의 예측값을 구하는 공식은 다음의 2가지가 있다.

$$y_t = m_t + \psi(L)e_t, \tag{3}$$

$$m_t = \delta_0 + \delta_1 t + \dots + \delta_p t^p = \delta' z_t,$$

$$\psi(L) = (1 - \alpha L)^{-1},$$

L은 lag operator이다. 이제 2계 손실함수를 전제하면 최소평균자승오차(minimum mean square error)를 최소화 하는 h기 이후의 예측치는 다음과 같은 Kolmogorov-Wiener 예측 공식에 의해 구할 수 있다.

$$y_{t+h|t} = m_{t+h} + \frac{\alpha^h}{1 - \alpha L} (1 - \alpha L)(y_t - m_t) = m_{t+h} + \alpha^h (y_t - m_t) \tag{4}$$

한편 최소평균자승오차를 최소화하는 선형예측은 다음과 같은 선형투사(linear projection)로 나타난다.

$$y_{t+1|t} = E(y_{t+1}x'_t)[E(x_t x'_t)]^{-1}x_t \tag{5}$$

따라서 DGP를 다음과 같이 나타낼 경우,

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i t^i + \alpha y_{t-1} + e_t = B_t + \alpha y_{t-1} + e_t,$$

선형투사를 이용한 최적 1기 선행예측은 아래와 같다.

12) 그러나 F-test는 비정규, 비표준분포를 따른다.

$$y_{t+1|t} = B_t + \alpha y_t \tag{6}$$

예측의 연쇄법칙에 의해서 h기 후의 최적예측은

$$y_{t+h|t} = B_{t+h} + \alpha B_{t+h-1} + \dots + \alpha^{h-1} B_{t+1} + \alpha^h y_t. \tag{7}$$

이 두 가지 예측방식은 서로 동일하다. 즉, 일단 계수가 추정되면 어느 예측공식을 쓰더라도 같은 예측치를 얻게 된다. 단지 서로 다른 계수 추정방식에 부합하게끔 각각 편리한 표현법을 쓴 것이다. 그러나 아래에서 살펴보는 바와 같이 계수추정방식이 서로 다를 경우에는 예측치가 달라진다. 즉, 확정항을 어떻게 추정하느냐에 따라 추정된 계수의 값이 변할 수 있으며 이는 예측치의 차이로 나타나게 된다.

추정방법은 먼저 확정항의 계수를 OLS 혹은 FGLS로 추정한 후 추세제거를 하고 남은 잔류항을 OLS로 추정하는 2단계 추정법과 확정항 및 지체변수를 동시에 추정하는 1단계 추정법으로 나눌 수 있다. 일반적으로 지체변수의 계수추정이 주된 목적일 경우 1단계 추정법과 2단계 추정법이 점근적으로 동등하다(asymptotically equivalent)는 사실은 잘 알려져 있다. 그러나 예측이 목적일 경우에는 이 두 가지 추정법이 점근적으로 동일하지 않다. 즉, 확정항의 계수가 추정방식에 따라 다르게 추정될 수 있기 때문이다. Ng and Vogelsang(2002)은 몬테카를로 실험을 통해 일반적인 OLS 추정방식을 취할 경우에는 1단계 추정법에 의한 예측이 2단계 추정법에 비해 보다 효율적임을 밝혀냈다. 그러나 한편 Prais-Winsten FGLS를 2단계 추정법에 적용할 경우 1단계 OLS 추정법에 의한 예측보다 더 효율적임을 보여주었다. PW-FGLS의 효율성은 Falk and Roy(2005)에 의한 후속연구에서도 확인되었다.

FGLS 추정법은 변수를 준차분(quasi-differencing)을 통해 변환시킴으로써 자기회귀문제를 조절하는 방식인데 이때 최초관측치를 어떻게 다루느냐에 따라 여러 가지 방식으로 나뉜다. 대표적인 것은 Cochrane-Orcutt 변환과 Prais-Winsten 변환이다. 전자는 단순히 첫 번째 관측치를 생략하는 것이고 후자는 1단계 OLS 추정법에서 추정된 계수를 사용하여 첫 번째 관측치를 변환시키는 것이다. PW-FGLS를 사용하여 반복법에 의해 계수를 추정하는 방식을 요약하면 다음과 같다.

(1) 먼저 지체항의 계수를 추정한다. 이때 계수의 추정방식에는 1단계의 OLS추정법을 이용하는 방법과 Durbin's equation을 이용하는 방식이 있는데 전자가 더 효율적임이 알려져 있다. 따라서 본고에서는 전자를 사용하여 추정한다.

(2) $\sigma^2 V$ 를 Y의 공분산행렬, LL을 V^{-1} 의 Cholesky factorization이라 하자. 1단계 OLS를 통해 추정된 계수를 이용하여 \hat{V}^{-1} 을 얻은 후 \hat{L} 을 구한다. \hat{L} 을 이용하여 Y와 상수항을 포함한 독립변수들을 차분한다.

(3) 이제 다시 차분된 변수를 이용하여 지체항의 계수를 추정한다. 그리고 단계 (2)로 돌아간다.

새로이 추정된 계수와 이전 계수의 값이 충분히 가까워질 때까지 위 단계들을 반복한다.

추정된 계수의 값과 p-value들은 부록의 [표 6]~[표 9]와 같다. 1단계 OLS 추정법에 의해 추정된 계수들은 모두 5% 유의 수준에서 유의하다. PW-GLS 추정법에 의해 추정된 계수들은 1차항의 계수를 제외하면 모두 1% 유의수준에서 유의하다. 한 번의 반복 후에 지체변수의 계수 ρ 는 0.62714에서 0.62712로 수렴했다.

추정된 계수를 이미 소개한 예측공식에 대입하여 점 예측치(point forecast)를 계산하기에 앞서, PW-GLS 추정법을 사용한 구간 예측(interval forecast)의 계산을 위한 평균자승오차(mean squared error)를 구하는 과정을 간략히 소개한다.

먼저 T 개의 기존 관측치를 이용해 h 개의 미래 예측치를 구하려 한다고 가정하자. y 를 종속변수의 $T \times 1$ 기존 관측치 벡터, X 를 상수항과 추세항으로 이루어진 $T \times K$ 독립변수 행렬, e 는 1차 자기상관을 가진 오차항 벡터라 했을 때 T 개의 관측치를 이용한 회귀방정식을 행렬변수로 나타내면

$$y = X\beta + e, E[e] = 0, E[ee'] = \sigma^2\Psi,$$

계수 β 의 PW-GLS 추정식은

$$\hat{\beta} = (X\Psi^{-1}X)^{-1}X\Psi^{-1}y.$$

또한 h 개의 미래 예측치만의 회귀모형은

$$\bar{y} = \bar{X}\beta + \bar{e}, E[\bar{e}\bar{e}'] = \sigma^2V. \tag{8}$$

기존 관측치와 미래 예측치 간의 공분산행렬은

$$E\left(\begin{pmatrix} e \\ \bar{e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e' & \bar{e}' \end{pmatrix}\right) = \sigma^2 \begin{pmatrix} \Psi & V \\ V' & \bar{\Psi} \end{pmatrix}.$$

이제 점 예측(point forecast)를 위한 예측공식은

$$\hat{y} = \bar{X}\hat{\beta} + V\Psi^{-1}(y - X\hat{\beta}). \tag{9}$$

따라서 점 예측치의 평균자승오차(mean squared error)는

$$\begin{aligned} MSE(\hat{y}) &= E[\hat{y} - \bar{y}]^2 = \sigma^2 [\bar{X}C\bar{X}' + \bar{\Psi} - \\ &V'(\Psi^{-1} - \Psi^{-1}XCX\Psi^{-1})V - \bar{X}CX\Psi^{-1}V - V\Psi^{-1}XC\bar{X}'], \\ C &= (X\Psi^{-1}X)^{-1}. \end{aligned} \tag{10}$$

오차항이 1차 자기회귀과정일 경우, 즉 $e_t = \rho e_{t-1} + \epsilon_t$ 의 형태를 가질 경우 위의 공식은 다음과 같이 간편화할 수 있다.

$$MSE(\hat{y}_{T+h}) = \sigma_\epsilon^2 [(1 - \rho^{2h}) / (1 - \rho^2)] + \sigma_\epsilon^2 (X_{T+h} - \rho^h x_T)' (X\Psi^{-1}X)^{-1} (x_{T+h} - \rho^h x_T). \quad (11)$$

그러나 $MSE(\hat{y}_{T+h})$ 는 ρ 가 알려져 있을 경우이므로 실제로는 추정되어야 하며 따라서 추가적인 불확실성이 존재한다. Baillie(1979)는 점근적 성질을 이용하여 $MSE(\hat{y}_{T+h})$ 의 근사치를 다음과 같이 구하였다.

$$AMSE(\hat{y}_{T+h}^*) \approx MSE(\hat{y}_{T+h}) + \sigma_\epsilon^2 t^2 \rho^{2(h-1)} / T. \quad (12)$$

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{(y - X\hat{\beta})'\hat{\Psi}^{-1}(y - X\hat{\beta})}{T - k}.$$

위와 같이 계산된 점근적 평균자승오차는 오차항의 정규성 가정 하에서 일반적인 구간예측 공식에 사용될 수 있다. 점 예측 및 구간 예측 공식을 이용하여 계산한 예측결과는 다음 장에서 소개한다¹³⁾.

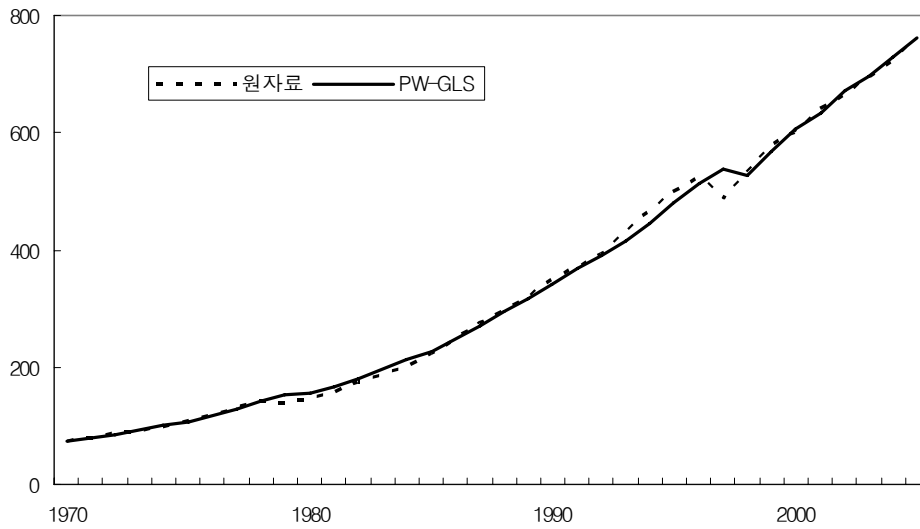
4. 추정 및 예측 결과

본 장에서는 Prais-Winsten GLS 추정법을 사용하여 추정 및 예측된 실질 GDP 값 및 성장률을 살펴본다. 먼저 실질 GDP 및 성장률의 추정 및 예측치는 [그림 3]~[그림 5]와 같다. 실질 GDP는 2006년 현재 약 761조원에서 약 18년 후인 2024년 1,532조원으로 두 배가 되고 다시 38년 2,381조원으로 현재의 세배 정도가 된다. GDP 성장률은 2013년 4.09%까지 낮아진 후 2031년 3.01%에 도달한다. 2050년에는 2.35%에 달하는 것으로 나타났다.

13) 본고의 검정, 추정 및 예측 프로그램은 Gauss를 이용하여 작성되었다.

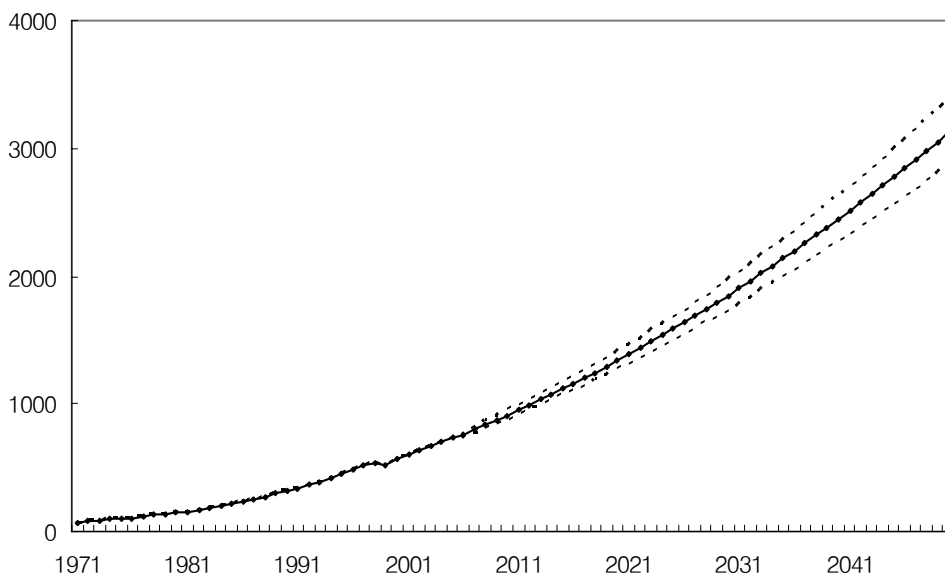
[그림 3] 실질 GDP 추정치

(단위: 조원)



[그림 4] 실질 GDP 예측치(2007~2050)

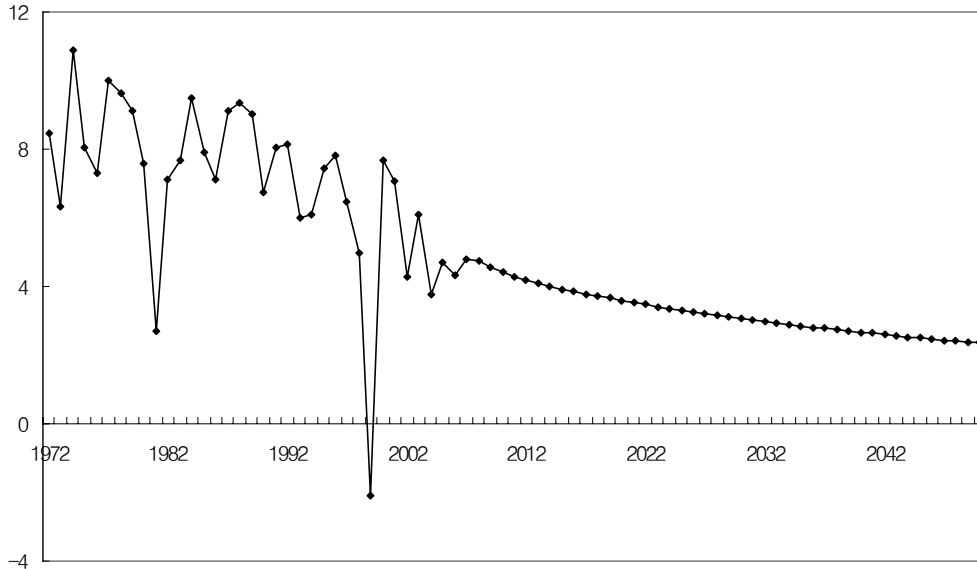
(단위: 조원)



주: 점선은 점근적 평균예측오차(AMSE)를 이용해 계산된 90% 신뢰구간이다.

[그림 5] GDP 성장률 예측치(2007~2050)

(단위: %)



한편 총 GDP를 1인당 실질 GDP와 인구로 나누어 전자와 후자에 대한 개별적 추정 및 예측을 통해 합산해 볼 수도 있다. 총 인구규모의 변화만을 반영해서는 고령화 저출산으로 인한 생산가능인구의 변화 추세를 반영하지 못하므로 총 GDP를 나눌 때 총인구를 사용하는 방법과 생산가능인구를 사용하는 방법 두 가지를 시도해 본다. [그림 6]에서 보듯이 총인구는 1990년대까지 상대적으로 빠른 속도로 증가해왔으나 2000년대 이후 그 증가율이 계속 둔화되어 2018년 4천934만명으로 정점에 달한 후 감소세에 들어설 것으로 보인다. 15-64세 사이의 인수로 정의되는 생산가능인구의 수는 이보다 2년 빠른 2016년 3천 619만명을 정점으로 감소하기 시작할 것으로 예상된다. 특히 일단 감소가 시작된 이후에는 총인구의 감소율보다 더욱 빨리 감소할 것으로 보인다. 이는 급속히 낮아진 저출산 추세의 결과가 이 시점부터 생산가능인구에 본격적으로 영향을 미치기 때문이다.

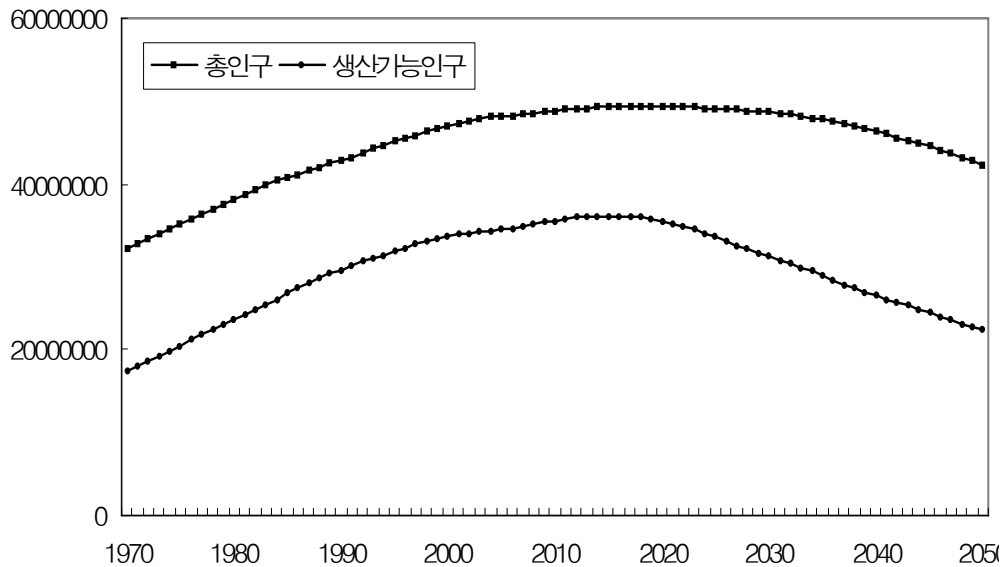
실질GDP의 예측치를 살펴보면 [그림 7]에서 2006년의 1인당 실질 GDP는 1천642만원이며 생산가능인구 1인당 실질 GDP는 2천280만원이다. 1인당 실질 GDP와 생산가능인구 1인당 실질 GDP는 2027년 3천371만원 및 4천609만원으로 각각 두배가 된다. 실질 GDP 성장률의 경우 1970~1980년 사이에는 1인당 GDP 성장률이 생산가능인구 1인당 GDP 성장률에 비해 더 높았으나 점차 그 차이가 줄어들어 2050년 예측치의 경우 2.2% 수준으로 동일했다.

1인당 GDP와 생산가능인구 1인당 GDP의 예측치를 각각 총인구수와 생산가능인구수의 예측치로 곱해서 앞서 계산한 바 있는 총 GDP의 예측치와 비교한 것이 [그림 9]이다. 첫 번째 특징은 총인구

및 생산가능인구가 줄어들기 시작하는 2018년을 전후한 시점까지는 어떤 방식으로 예측하더라도 큰 차이가 나지 않는다는 것이다. 즉, 향후 10~15년간의 GDP 예측은 인구구조 변화의 영향을 크게 받지 않는 것으로 볼 수 있다. 두 번째 특징은 1인당 GDP와 총인구 증가율을 이용해 예측한 총 GDP가 총 GDP의 과거 자료를 이용해 예측한 수치보다 낮다는 점이다. 그 이유는 인구규모의 변화속도에 구조적 변화가 일어나기 때문일 가능성이 있다. 특히 [그림 10]에서 보듯이 1인당 실질 GDP 성장률이 2017년 이후부터 더 낮게 나타나는데 이는 인구감소에 구조적 변화가 오면서 이를 충분히 반영치 못한 총 GDP를 이용한 시계열적인 예측에 오차가 생기는 것으로 해석될 여지가 있다. 또한 생산가능인구 1인당 GDP 예측치를 생산가능인구의 변화와 곱해 계산한 총 GDP 예측치가 더욱 급격한 둔화세를 보이는 것도 같은 맥락이다. 즉, 앞서 총 GDP만을 이용한 시계열 예측이 인구구조의 급격한 변화를 충분히 반영하지 못하였을 가능성이 있는 것이다.

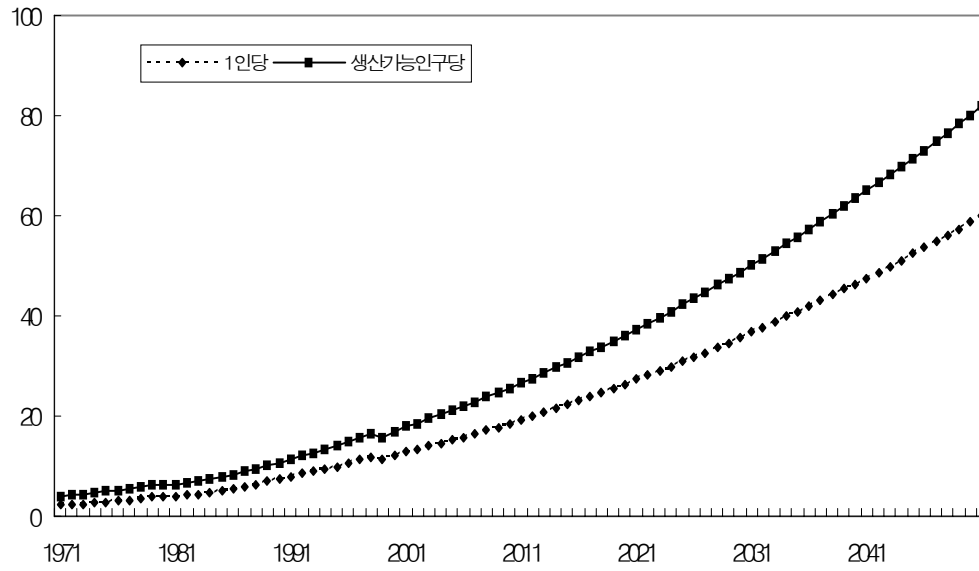
[그림 6] 총인구 및 생산가능인구

(단위: 명)



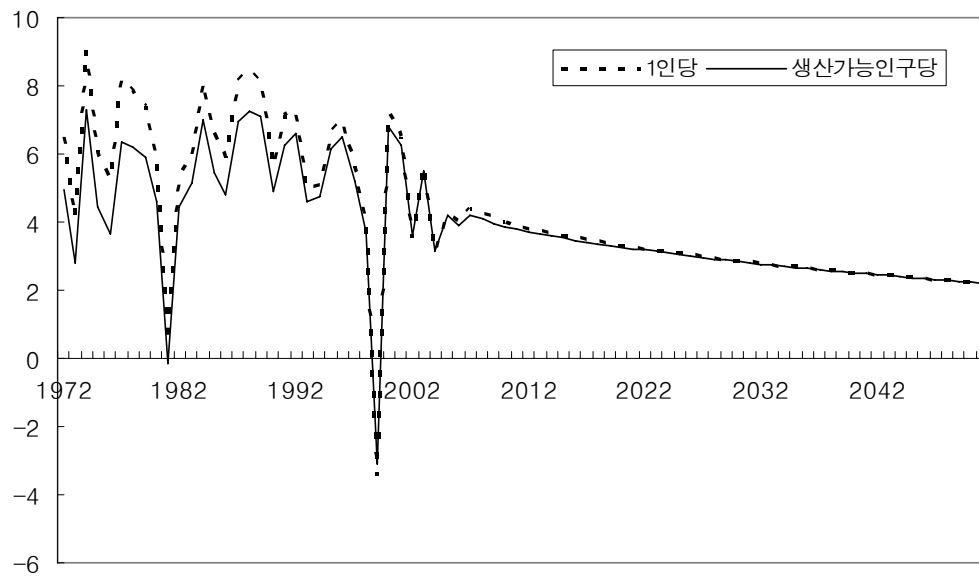
[그림 7] GDP 예측치

(단위: 백만원)



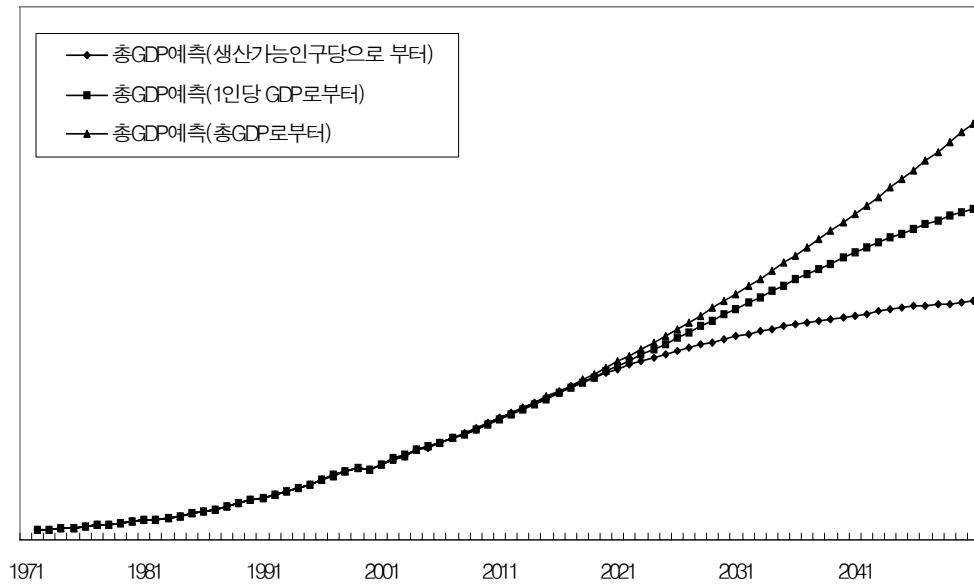
[그림 8] 인구당 성장률 예측치

(단위: %)



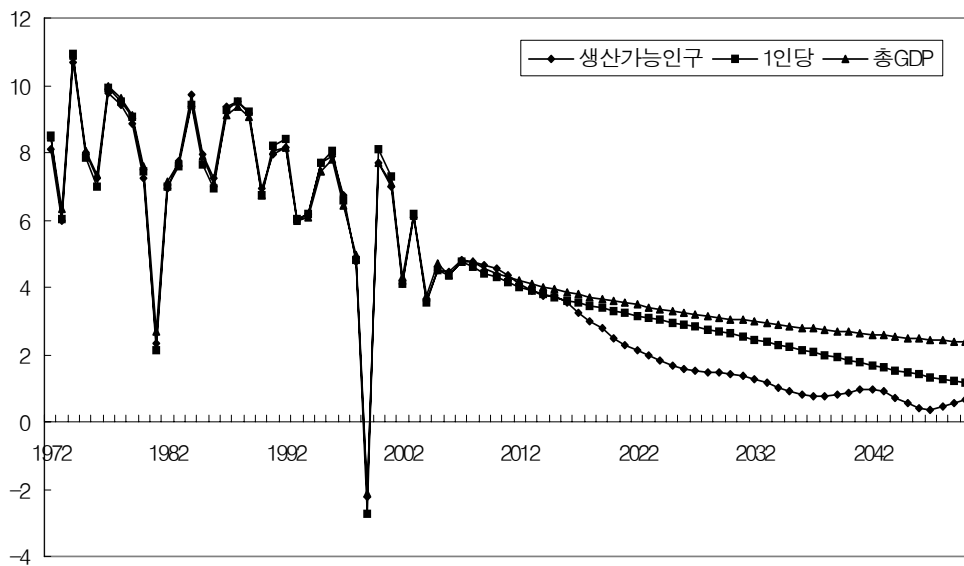
[그림 9] 총 GDP 예측

(단위: 십조원)



[그림 10] 총 GDP 성장률 예측치

(단위: %)



이상의 결과를 요약하면 인구구조의 변화와 같은 구조적 변화에 생산성 향상을 통해 적절히 대응할 경우 우리의 경제규모는 총 GDP 시계열을 사용한 예측에서와 같이 점진적으로 낮아질 것으로 예측할 수 있으며, 만약 급속한 고령화에 대응한 생산성 향상이 뒤따르지 못할 경우 생산가능인구당 GDP 시계열을 사용한 예측에서와 같이 급속히 낮아질 가능성이 있다는 것이다. 이는 앞서 살펴본 각 기관의 시나리오별 2050년 예측치와 그 기본 성격에서 크게 다르지 않다고 볼 수 있다.

마지막으로 한 가지 유의할 점은 장기 예측치의 최종 수렴점이다. 장기 GDP 예측을 위한 대부분의 연구에서 장기 GDP 성장률은 예측 지평을 따라 지속적으로 감소한다. 따라서 예측지평을 충분히 오래 잡을 경우 성장률은 얼마든지 감소할 수 있다. 그러나 실제에 있어서는 선진국의 예를 볼 때 0% 혹은 마이너스까지 추세적 감소가 지속되리라고 보기 어렵다. 그렇다면 우리나라 장기 GDP의 예측지평은 어느 정도까지가 합리적일까? 일반적으로 경제규모가 커지고 경제구조가 선진화되면서 성장률이 감소하지만 성장률이 무한히 감소할 수는 없으며 수렴하는 지점, 즉 정상상태(steady state)가 있으리라 볼 수 있다. 물론 그 지점은 나라마다 여러 가지 여건의 차이에 의해 다르게 나타날 것이다. 따라서 하나의 벤치마크로서 성장률이 장기적으로 정상상태에 도달한 것으로 판단되는 선진국의 연 평균성장률의 평균치를 취한 후 우리나라의 성장률도 거기에 도달한 후 감소세가 멈출 가능성을 가정하는 것도 한 방법일 것이다.¹⁴⁾

[표 1] 1986~2005년간 평균 실질 GDP 성장률

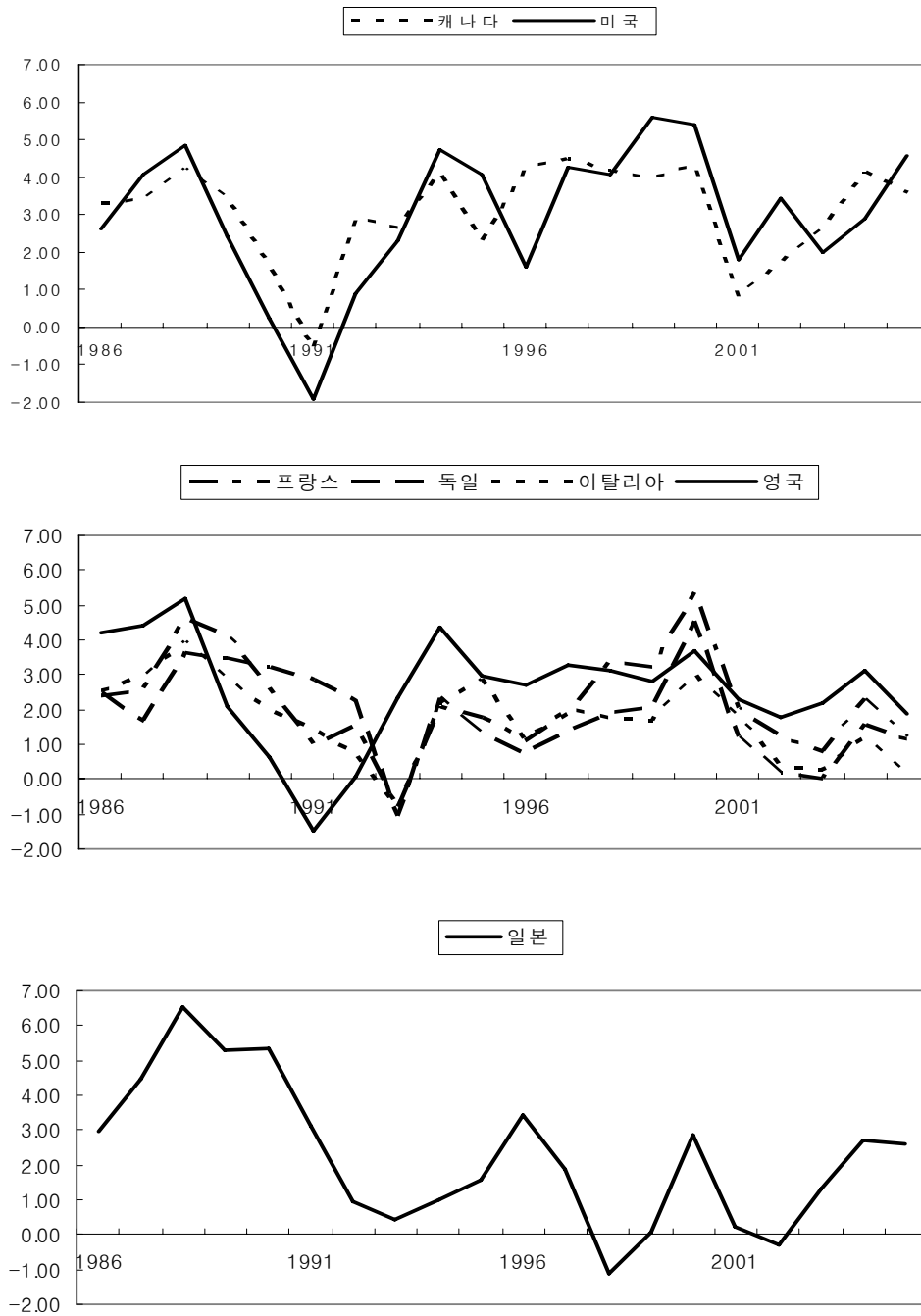
(단위: %)

캐나다	미국	프랑스	독일	이탈리	영국	일본
3.00	3.08	2.22	1.85	1.70	2.59	2.26

자료: World Bank

14) 이러한 정상상태를 예측하기 위해서는 동태적 일반균형모형을 통해 보다 이론적으로 접근할 수 있다. 그러나 생산 함수 모형을 이용한 예측과 마찬가지로 여러 가지 가정과 자료의 불완전성, 파라미터 추정의 어려움 등을 동반한다. 따라서 예측에 관한 한 본고에서 사용된 단순 시계열 접근법과 상호 보완적 관점에서 바라보아야 할 것이다.

[그림 11] 실질 GDP 성장률



자료: World Bank

[그림 11]은 과거 20년간 선진국들의 실질 GDP 성장률을 보여준다. 미국과 캐나다의 경우 장기적으로 3%의 성장률을 보여 선진국 중에서 가장 높다. 유럽의 경우 1%대 후반에서 2%대 중반의 성장

률을 보이고 있으며 일본의 경우 2% 초반이다. 우리나라의 성장률이 이들 중 어느 국가와 같은 형태로 수렴할 것인지는 본고의 의도와 범위를 뛰어넘는 어려운 문제이다. 다만, 이들 국가의 평균 성장률이 1% 후반에서 3%인 점을 감안하면 1인당 인구 및 생산가능인구를 통해 예측한 2050년도 우리나라 총 GDP 성장률 0.66% 및 1.15%는 생산가능인구의 비중이 감소함에 따라 생산성 및 고용률 등이 확대될 가능성이 반영되지 않은 하나의 하방한계치(lower boundary)로 간주함이 합리적일 것이다. 반면 총GDP 시계열을 이용해 예측한 2.35%는 인구변화에 따른 대응이 선진국 수준으로 이루어졌을 경우의 수렴점으로 해석할 수 있을 것이다.

5. 결 론

장기 GDP 예측의 핵심은 결국 생산성의 예측이라 해도 과언이 아닐 것이다. 본고에서 사용된 개념인 실질 GDP를 인구수로 나눈 수치는 다름 아닌 총 노동생산성이다. 즉, 본고에서는 노동생산성과 인구증가율을 분리시켜 예측하는 방식으로 장기 GDP를 예측하였다. 반면 여기서 자본스톡을 추가적으로 분리해 내어 잔여분으로써 총요소생산성을 측정 후 각각의 미래 값을 예측하여 GDP를 계산하는 것이 기존의 생산함수법이다. 본고에서 취한 방식은 가정을 최소한으로 줄이고 직관적인 장점이 있는 반면 생산함수법은 개념에 있어서는 보다 세밀하지만 때로는 임의적인 가정과 불완전한 자료에 의존한다. 따라서 각각의 방식은 서로 장단점을 가진 보완관계로 볼 수 있다.

본고의 주된 발견은 다음과 같다. 먼저, 단위근 존재여부와 추세항의 차수를 동시에 검정하는 단계적 단위근 검정결과 우리나라 실질 GDP의 연간 시계열은 확률적 추세모형이 아니라 2차 추세를 포함한 자기회귀모형으로 나타났다. 이러한 확정추세모형을 이용해 장기 GDP를 예측해 본 결과 GDP 성장률은 2013년 4.09%까지 낮아진 후 2031년 3.01%에 도달하고 2050년에는 2.35%에 달하는 것으로 나타났다. 또한 인구고령화를 반영하여 생산가능인구당 GDP와 생산가능인구의 수를 별도로 예측하여 곱해준 결과 성장률은 더욱 낮아져 2050년 0.66%에 달했다. 이는 기존 연구에서의 소위 비관적 시나리오와 비슷한 수치이다. 그러나 1% 후반에서 3% 사이에서 성장률이 평탄한 정상상태에 도달한 선진국들의 경험을 고려했을 때 이러한 수치는 인구구조 변화에 따른 고용률 및 생산성의 변화가 반영되지 않은 일종의 하방한계로 보는 것이 타당할 것이다. 한편 총인구 및 생산가능인구가 감소세로 돌아서는 2018년 이전까지는 인구구조를 반영한 예측과 총 GDP 시계열을 이용한 예측은 거의 동일했다.

■ 참고문헌

- 김동석, 2004, “인구고령화와 잠재성장률”, 「고령화와 거시경제」, 한국개발연구원.
- 김준일, 2001, “총수요압력 측정을 통한 경기변동 분석.” 「한국경제의 분석」 제 7권, 한국금융연구원, pp. 187~243.
- 김지호·문소상, 2000, “잠재GDP 및 인플레이션률 측정결과.” 「경제분석」 제 6권, 한국은행 금융경제연구원, pp. 123~150.
- 문소상·이종건, 2004, “성장잠재력 변화요인의 동태적 분석.” 한국은행.
- 박양수·문소상, 2005, “우리 경제의 성장잠재력 약화 원인과 향후 전망.” 한국은행.
- 박준용, 1994, “On the Joint Test of a Unit Root and Time Trend”, 「계량경제학보」, 제 5권, pp. 155~161.
- 박형수·류덕현, 2006, “한국의 장기재정모형”, 한국조세연구원.
- 송태정, 2005, “한국의 경제구조 변화에 관한 연구”, 고려대학교.
- 유병삼, 2000, “한국 잠재GDP의 구조적 추정” 「금융학회지」 5권 2호.
- 이병완, 1994, “칼만필터를 이용한 우리나라의 잠재적 GNP 추정과 경기변동의 추이에 관한 연구.” 「경제학연구」 제 42집, 한국경제학회, pp. 63~95.
- _____, 2002, "다변수 Hodrick-Prescott필터 모형을 이용한 잠재 GDP 추정.“ 「한국경상노총」 제20권 1호, 한국경상학회, pp. 1~16.
- 한진희·최경수·김동석·임경목, 2002, “한국경제의 잠재성장률 전망:2003~2012.” KDI 정책연구 시리즈 2002-07, 한국개발연구원,
- 황중률, 2007, “한국의 잠재성장률과 자연실업률 추정”, 경제현안분석 제17호, 국회예산정책처.
- Arnold, Robert W., 2003, "Modeling Long-Run Economic Growth." Technical Paper, Congressional Budget Office.
- Ayat, Leila and Peter Burridge, 2000, "Unit Root Tests in the Presence of Uncertainty about the Non-Stochastic Trend." *Journal of Econometrics* 95, pp. 71~96.
- Baillie, Richard T., 1979, "The Asymptotic Mean Squared Error of Multistep Prediction from the Regression Model with Autoregressive Errors." *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, pp. 175~184.

- Bierens, Herman J., 1997, "Testing the unit root with drift hypothesis against nonlinear trend stationarity, with an application in the U.S.," *Journal of Econometrics*, Vol. 81, pp. 29-64
- Campbell, John Y. and Gregory N. Mankiw, 1987, "Are Output Fluctuations Transitory?," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 102, pp. 857~880.
- Canjels, Eugene and Mark W. Watson, 1997, "Estimating Deterministic Trends in the Presence of Serially Correlated Errors." *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 79, No. 2, pp. 184-200.
- Congressional Budget Office, 2004, "A Summary of Alternative Methods for Estimating Potential GDP." *CBO background paper*, The congress of the U.S.
- Cotis, Jean-Philippe, 2003, Jorgen Elmeskov and Annabelle Mourougane., "Estimates of Potential Output: Benefits and Pitfalls from a Policy Perspective." OECD Economics Department.
- Cook, Steven and Neil Manning, 2002, "Unusual Behavior of Dickey-Fuller Tests in the Presence of Trend Mis-specification." *Economics Bulletin*, Vol. 3, No. 8.
- Cushman, David O., 2006, "The Unlikly Unit Root in U.S. Real GDP." *Westminster College*, Pennsylvania.
- Diebold, Francis X. and Lutz Kilian, 1999, "Unit Rest Tests Are Useful for Selecting Forecasting Models." Working paper, University of Pennsylvania.
- Diebold, Francis X. and Abdelhak S. Senhadji, 1996, "The Uncertain Unit Roots in Real GDP: Comment." *The American Economic Review*, Vol. 86, No. 5, pp. 1291~1298.
- Elliott, Graham., Rothenberg, Thomas J., and James H. Stock, 1996, "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root." *Econometrica*, Vol. 64, pp. 813~836.
- Falk, Barry and Aninda Roy, 2005, "Forecasting Using the Trend Model with Autoregressive Errors." *International Journal of Forecasting*, Vol. 21, pp. 291~302.
- Fair, Ray C. and Robert J. Shiller, 1990, "Comparing Information in Forecasts from Econometric Models." *The American Economic Review*, Vol. 80, No. 3, pp. 375~389.
- Harris, David, David I. Harvey, Stephen J. Leybourne, and A. M. Robert Taylor, 2007, "Testing for a Unit Root in the Presence of a Possible Break in Trend." Working paper, School of Economics and Granger Centre for Time Series Econometrics, University of Nottingham.
- Harvey, A. C. and A. Jaeger, "Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle." 1993, *Journal of*

- Applied Econometrics*, Vol. 8, No. 3, pp. 231~247.
- Kim, Chang-Jin, 2006, "The Beveridge-Nelson Decomposition and Impulse-Response Analysis in the Presence of Markov-Switching: Has the Persistence of Real GDP Changed Since the Mid 1980's?" Working Paper, Korea University.
- Kwiatkowski, Denis, Phillips, Peter, Schmidt, Peter, and Yeongcheol Shin, 1992, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We that Economic Time Series Have a Unit Root," *Journal of Econometrics*, Vol. 54, pp. 159~178.
- MacKinnon, James G., 1996, "Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11, pp. 601~618
- Murray, Christian J., and Charles R. Nelson, 2000, "The Uncertain Trend in U.S. GDP." *Journal of Monetary Economics* 46, pp. 79~95.
- Nelson, Charles R., and Charles I. Plosser, 1982, "Trends and Random Walk in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications," *Journal of Monetary Economics* 10, pp. 139~62.
- Ng, Serena and Timothy J. Vogelsang, 2002, "Forecasting Autoregressive Time Series in the Presence of Deterministic Components." *Econometrics Journal*, Vol. 5, pp. 196~224.
- Ouliaris, Sam, Joon Y. Park, and Peter C. B. Phillips, 1989, "Testing for a Unit Root in the Presence of a Maintained Trend." *Crowles Foundation Paper 756*, pp. 7~28.
- Pesaran, Hashem, Davide Pettenuzzo, and Allan Timmermann, 2006, "Forecasting Time Series Subject to Multiple Structural Breaks." *Review of Economic Studies* 73, pp. 1057~1084.
- Perron, Pierre, 1988, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time series: Further Evidence from a New Approach," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, pp. 297~332.
- _____, 1998, "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis." *Econometrica* 57, pp. 1361~1401.
- Perron, P. and Rodriguez, G., 2003, "GLS detrending, Efficient Unit Root Tests and Structural Change." *Journal of Econometrics* 115, pp. 1~27.
- Phillips, Peter C. B., and Pierre Perron, 1988, "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika* 75, pp. 335~346.
- Rothman, Philip, 1997, "More Uncertainty about the Unit Root in U.S real GNP," *Journal of Macroeconomics*, Vol. 19, No 4, pp. 771~780.

- Silverstovs, Boriss, 2003, "Unusual Behaviour of Dickey-Fuller Tests in the Presence of Trend Mis-Specification: Comment." *Economics Bulletin*, Vol. 3, No. 29.
- Stock, James H. and Watson, Mark W, 1986, "Does GNP Have a Unit Root?," *Economics Letters*, Vol. 22, pp. 147~151
- Stock, James H. and Watson, Mark W, 1998, "A Comparison of Linear and Nonlinear Univariate Models for Forecasting Macroeconomic Time Series," NBER Working Papers 6607.
- Vougas, Dimitrios V., 2007, "Is the Trend in Post-WWII US Real GDP uncertain or non-linear?" *Economics Letters* 94, pp. 348~355.

부록

[표 1]

	t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.228906	0.8891
Test critical values: 1% level	-4.234972	
5% level	-3.540328	
10% level	-3.202445	

[표 2]

	Adj. t-Stat	Prob.
Phillips-Perron test statistic	-1.196601	0.8962
Test critical values: 1% level	-4.234972	
5% level	-3.540328	
10% level	-3.202445	

[표 3]

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.192842
Asymptotic critical Values: 1% level	0.216000
5% level	0.146000
10% level	0.119000

[表 4] OLS detrending regression using differenced data

R-squared:	0.989	Degrees of freedom:	34	
F(3,34):	1042.194	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.608			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
c	62531.943565	10160.666162	6.154315	0.000
t	3165.436442	1266.074479	2.500198	0.017
t ²	429.841376	32.736995	13.130142	0.000

[表 5] ADF test using detrended data(Use Ayat and Burrigde critical value)

R-squared:	0.403	Degrees of freedom:	34	
F(1,34):	22.966	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.980			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
ρ	-0.807115	0.168388	-4.793197	0.000

[表 6] One step OLS estimation

R-squared:	0.997	Degrees of freedom:	32	
F(3,32):	3658.664	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.867			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
CONSTANT	22805.159573	11088.190096	2.056707	0.048
t	1969.434319	888.116293	2.217541	0.034
t ²	153.603679	64.903869	2.366634	0.024
ρ	0.628413	0.139492	4.505010	0.000

[표 7]PW-GLS: initial regression using the one step OLS ρ

R-squared:	0.982	Degrees of freedom:	34	
F(3,34):	622.410	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.860			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
c	62039.534252	13478.067465	4.602999	0.000
t	3266.845235	1629.040370	2.005380	0.053
t ²	426.575936	41.351879	10.315757	0.000

[표 8] Estimate the new ρ

R-squared:	0.391	Degrees of freedom:	35	
F(1,35):	22.458	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.860			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
ρ	0.627143	0.132327	4.739358	0.000

[표 9] Regression using the new ρ

R-squared:	0.982	Degrees of freedom:	34	
F(3,34):	626.278	Probability of F:	0.000	
Durbin-Watson:	1.857			
Variable	Estimate	Standard Error	t-value	Prob > t
c	62038.427256	13445.784246	4.613969	0.000
t	3266.309039	1625.234166	2.009747	0.052
t ²	426.600874	41.256489	10.340213	0.000