JETEM

Journal of Economic Theory and Econometrics

The Journal of the Korean Econometric Society

(계 량 경 제 학 보)

December 2010

Volume 21. Issue 4. pp.1-19

Elasticity of Substitution and the Lifecycle Model: A Simple Example*

Sungwhee Shin †, Ki-Hong Choi‡

Abstract In the standard lifecycle model, consumption grows at a constant rate during the lifetime of an individual or household. The empirical study, however, shows that income and consumption moves together and have hump-shaped paths during the life of an individual or household. In explaining this comovement and hump-shapedness, two approaches are prominent. One is to introduce the uncertain income. The other is to introduce the hump-shaped labor productivity. This paper follows the latter approach. We show that, in this approach, the sizes of two elasticities of substitution (the intertemporal elasticity of substitititution and the elasticity of substitution between consumption and leisure) are important. We show that the smaller is the intertemporal elasticity of substitution and the larger the elasticity of substitution between consumption and leisure, the more hump-shaped and co-moving are the income and the consumption

Keywords The co-movement of income and consumption, Hump-shapedness, Intertemporal elasticity of substitution, Elasticity of substitution between consumption and leisure

JEL Classification E21

---

* We wish to thank the referees for their useful comments.

† Professor, Department of Economics, University of Seoul, Email address: sungshin@uos.ac.kr (corresponding author)

‡ Research Fellow, National Pension Research Institute, National Pension System, Email address: manjong@khu.ac.kr

Received September 1, 2009,Revised August 31, 2010,Accepted September 7, 2010

JETEM

Journal of Economic Theory and Econometrics

The Journal of the Korean Econometric Society

(계 량 경 제 학 보)

December 2010

Volume 21. Issue 4. pp.1-19

대체탄력성과 생애주기모형: 간단한 예*

신성휘 †, 최기홍 ‡

Abstract 표준적인 생애주기모형에 따르면 생애기간 동안 소비는 일정율로 증가한다. 그러나 생애소비에 관한 경험적 연구에 따르면 소비와 소득은 경제주체의 일생동안 서로 일정 정도 동행성을 가지면서 불룩한(hump-shaped) 경로를 따른다. 이에 대한 설명으로 크게 두 가지 접근법이 있다. 하나는 소득의 불확실성을 도입하여 설명하는 것이다. 다른 하나는 불확실성을 도입함이 없이 실질임금율의 생애기간 동안의 변화를 도입하여 설명하는 것이다. 본고는 후자의 접근법을 택하였다. 우리의 모형에 서는 기별 효용의 할인된 합인 생애효용함수를 도입하였다. 그리고 여기에 생애기간동안 실질생산성의 변화를 도입하였다. 이때 중요한 역할을 하는 것이 대체탄력성의 크기이다. 우리는 기간 간 대체탄력성의 값이 작고 소비와 여가 간의 대체탄력성이 클 때 소비와 소득의 불룩성과 동행성을 얻을 수 있음을 보인다.

Keywords 소득과 소비의 동행성, 불룩성, 기간 간 대체탄력성, 소비와 여가 간 대체탄력성

JEL Classification E21

---

* 익명의 두 심사자의 논평에 감사드린다.

† 서울시립대학교 경제학부 교수, 서울특별시 동대문구 전농동 90,이메일 주소: sungshin@uos.ac.kr (교신저자)

‡ 국민연금공단 국민연금연구원 연구위원, 이메일 주소: khchoi@nps.or.kr

접수일(2009년 9월 1일), 수정일 (2010년 8월 31일), 게재확정일 (2010년 9월 7일)

1. 서론

표준적인 생애주기모형(lifecycle model)에 따르면 생애 기간 동안 소비는 일정율로 증가하는 것으로 나타난다. 그러나 생애 소비에 관한 경험적 연구에 따르면 소비와 소득은 경제주체의 일생동안 서로 일정 정도 동행성을 가지면서 불룩한(hump-shaped) 경로를 따른다(Thurow(1969), Ghez and Becker(1975, chapter 2), De Nardi et al.(2001)). 이에 대하여 Thurow(1969)는 차입제약의 존재가 그 원인일 수 있다고 주장한 바 있다. 반면 Nagatani(1972), Carroll(1997), Gourinchas and Parker(2002) 등은 그것이 소득의 불확실성에 기인한다고 주장하였다. 한편 Heckman(1974)은 실질 임금율이 연령에 따라 변화하고 소비와 여가간의 대체 관계가 존재하는 경우에 실질 임금율이 증가하면 여가를 줄이고 대신 노동공급과 소비를 늘리게 되어 소득과 소비의 불룩성 및 동행성을 설명할 수 있음을 보인 바 있다. Bütler(2001)는 이에 더하여 가변적 사망율과 가계의 구성 등을 추가적으로 도입하여 설명하였다.

우리의 모형에서는 기별 효용함수의 할인된 합인 생애효용함수를 도입하였다. 그리고 여기에 생애기간 동안 실질생산성의 변화를 도입하여 소득과 소비의 불룩성 및 동행성을 설명하였다. 본 연구는 Heckman(1974)와 Bütler(2001)의 연구를 약간 확장한 것이라고 볼 수 있으며 이들 연구에 대비한 차별성은 다음과 같다. 첫째 Bütler(2001)의 연구를 확장하여 기간 내 소비와 여가 간의 대체탄력성이 1이라는 가정을 완화하여 대체탄력성이 임의의 값으로 고정된 소비와 여가의 고정대체탄력성 함수를 상정한다. 소비와 여가의 대체탄력성이 클수록 소득과 소비의 불룩성 및 동행성이 잘 나타남을 확인할 수 있다. 둘째, Heckman(1974)은 소비와 여가 간의 대체가능성의 중요성에 초점을 맞추었으나 기간 간 대체탄력성의 역할에 대해서는 언급하지 않았다. Bütler(2001)도 기간 간 대체탄력성의 값을 기존 문헌에서 많이 사용되는 값으로 설정하고 가변적 사망률과 가변적 임금율이 소비와 소득에 미치는 효과에 초점을 맞추었다. 반면 우리는 기간 간 대체탄력성 및 소비와 여가 간 대체탄력성의 값이 변할 때 소비와 소득에 미치는 효과에 초점을 맞추었다.
생애주기 소득과 소비에 관한 기존의 연구결과에 따르면 미국이나 우리나라에서 모두 소득 소비가 불룩성을 띠나 동행성의 형태는 다른 것으로 나타난다. 이 차이는 기간 간 대체탄력성의 크기, 기술진보율의 차이, 여가선호도의 차이 등으로 설명할 수 있다.

2. 모형 및 분석

대표적인 가계가 있어 T 기간 동안 생존한다고 상정한다.[1] 가계의 후생수준은 매기의 효용을 현가화한 생애효용으로 계측된다. 가계는 복합재의 소비 및 유산 증여(b)로부터 효용을 얻는다. 복합재는 재화와 여가의 결합에 의해 생산된다. 재화와 여가가 투입되어 복합재 x로 전환되는 데 이는 재화와 여가의 고정대체탄력성 생산함수로 다음과 같이 표현된다.

$$x_j = \left[c_j^{1-1/\epsilon} + \alpha l_j^{1-1/\epsilon}\right]^{1/(1-1/\epsilon)} \tag{1}$$

여기서 x_j는 j세인 세대의 복합재 소비량을, c_j는 j세인 세대의 재화소비량을, e_j는 j세인 세대의 가용시간 부존을, l_j는 j세인 세대의 여가시간을 나타낸다. 그리고 ϵ은 재화와 여가 간의 고정대체탄력성이며 α는 여가의 상대적 중요성을 나타내는 계수이다.

Auerbach-Kottlikoff 모형에서는, 매기의 복합재 소비로부터의 효용은 한계효용이 체감하는 다음과 같은 함수로 표시된다. γ는 기간 간 대체탄력성을 표시한다.

$$\frac{x_j^{1-1/\gamma}}{1-1/\gamma} \tag{2}$$

가계는 노동이나 여가에 사용할 수 있는 매기 시간부존 1단위 갖고 있다. 가계 노동의 생산성 h_j은 나이가 듦에 따라 변화하는 것으로 상정된다. 가계 노동의 생산성 h_j는 j세인 세대의 노동의 효율성을 나타내며, 나이와 노동부가적 기술진보의 함수이다. 이 항은 나이와 함께 축적되는 인적 자본 뿐 만 아니라 각 가계의 일생동안 매년 발생하는 기술진보도 반영한다.

그러므로 가계는 다음과 같은 예산제약 하에 놓여 있다.

$$\sum_{j=1}^{T} d_j c_j + d_T b \le \sum_{j=1}^{T} d_j y_j \tag{3a}$$

$$y_j = w_j h_j (1 - l_j) + s_j \tag{3b}$$

$$d_j = 1/\prod_{k=1}^{j}(1+r_k) \tag{3c}$$

---

1) 시뮬레이션에서 가계는 20세부터 경제활동을 시작하여 80세 까지 생존한다고 상정한다. 그러므로 이 경우 $T=61$이며 모형에서의 1세는 실제로는 20세를 의미한다.

위에서 y_j, d_j는 각각 j세인 가계의 근로소득과 할인인자(discount factor)를 나타낸다. 그리고 s_j는 사적 보조금을 나타낸다. 분석의 편의를 위해 우리는 이자율이 매기 r로 일정하다고 가정한다. 가계의 시간선호율을 ρ, 가계의 j세 사망확률을 $\psi(j)$로 표시하면, 국민연금을 포함한 이 가계의 생애 효용 극대화 문제는 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\max_{c_j, l_j} \sum_{j=1}^{T} \psi(j) \frac{1}{(1+\rho)^{j-1}} \frac{x_j^{1-1/\gamma}}{1-1/\gamma} + \eta \frac{\psi(T)}{(1+\rho)^{T-1}} b^{(1-1/\gamma)} \tag{4a}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{T} d_j c_j \le \sum_{j=1}^{T} d_j y_j \tag{4b}$$

$$l_j \le 1, j=1,\dots,T \tag{4c}$$

식 (5)의 목적함수는$(1-1/\gamma)$를 곱해주고 $1/(1-1/\gamma)$로 지수 승 해주면 다음과 같은 고정대체탄력성함수로 단조 변환시킬 수 있다. 여기서 β_j는 시간선호인자를 나타낸다.

$$U = [\sum_{j=1}^{T} \beta_j x_j^{(1-1/\gamma)} + \eta \beta_T b^{(1-1/\gamma)}]^{1/(1-1/\gamma)}, \quad \beta_j = \frac{\psi(j)}{(1+\rho)^{j-1}}$$

가계의 생애효용 극대화 문제는 다음과 같이 두 단계의 최적화 문제로 분할하여 풀 수 있다. 첫 번째 단계로 가계는 주어진 복합재 가격과 소득 하에서 효용을 극대화하기 위해 복합재 수요량을 결정한다.

$$\max_{(x_j), b} [\sum_{j=1}^{T} \beta_j x_j^{(1-1/\gamma)} + \eta \beta_T b]^{1/(1-1/\gamma)}$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{T} d_j p_j x_j + d_T b \le I, \; I \equiv \sum_{j=1}^{T} d_j (w_j^* + s_j)$$

여기서 p_j는 x_j의 j세 시점에서의 가격을 나타내며 $d_j p_j$는 1세 시점으로 현가화된 가격을 나타낸다. 가격 p_j으로서 복합재 x_j의 최소 단위생산비용과 같으며 다음의 비용최소화문제의 해로부터 구해진다. I는 가계의 1세 시점으로 현가화된 잠재소득을 나타낸다. w_j^*는 여가의 기회비용으로 여가의 최적해가 상한에 이르지 않은 경우에는 임금율 w_j와 같고 상한에 다다른 경우에는 여가 제약에 대응하는 라그랑지 승수 값으로 w_j조정해 준 값이다.

두 번째 단계로 가계는 주어진 복합재 수요에 부응하기 위해 소비재 가격 1과 여가

의 기회비용 $w_j{}^*$가 주어진 하에서 비용을 최소화하는 소비와 여가 수준을 결정한다.

$$\min_{c_j, l_j} c_j + w_j{}^* l_j$$
$$s.t.\ (c_j^{1-1/\epsilon} + \alpha l_j^{1-1/\epsilon})^{1/(1-1/\epsilon)} \geq x_j$$

가계의 비용최소화 문제를 풀면 다음과 같은 소비 및 여가에 대한 (요소)수요함수를 얻는다.[2)]

$$c_j = \left(\frac{p_j}{1}\right)^{\epsilon} x_j \tag{5a}$$

$$l_j = \left(\frac{\alpha p_j}{w_j{}^*}\right)^{\epsilon} x_j \tag{5b}$$

여기서 $p_j = (1 + \alpha^{\epsilon} w_j{}^{*(1-\epsilon)})^{1/(1-\epsilon)}$으로서 복합재 x_j의 최소 단위생산비용이다.

두 번째 단계에서 얻은 p_j를 이용하면 첫 번째 단계에서의 최적 복합재 수요량은 다음과 같이 계산된다.

$$x_j = \left(\frac{p\beta_j}{d_j p_j}\right)^{\gamma} \frac{I}{p} \tag{5c}$$

$$b = \left(\frac{p\eta\beta_T}{d_T}\right)^{\gamma} \frac{I}{p} \tag{5d}$$

여기서 p는 효용 한 단위를 얻기 위해 소요되는 단위 비용으로서 다음과 같이 결정된다.

$$p = [\sum_{j=1}^{T} \beta_j^{\gamma} (d_j p_j)^{1-\gamma} + (\eta\beta_T)^{\gamma} d_T^{1-\gamma}]^{1/(1-\gamma)} \tag{5e}$$

그러므로 최종적으로 $c_j, l_j,\ j = 1, \ldots, T$의 값은 다음 식에 의해 표현된다.[3)]

$$c_j = \left(\frac{p_j}{1}\right)^{\epsilon} \frac{\beta_j^{\gamma} I}{(d_j p_j)^{\gamma} \cdot p^{1-\gamma}} = p_j^{\epsilon} \left(\frac{\beta_j p}{d_j p_j}\right)^{\gamma} \left(\frac{I}{p}\right) \tag{6a}$$

$$l_j = \left(\frac{\alpha p_j}{w_j{}^*}\right)^{\epsilon} \frac{\beta_j^{\gamma} I}{(d_j p_j)^{\gamma} \cdot p^{1-\gamma}} = \left(\frac{\alpha p_j}{w_j{}^*}\right)^{\epsilon} \left(\frac{\beta_j p}{d_j p_j}\right)^{\gamma} \left(\frac{I}{p}\right) \tag{6b}$$

---

2) CES 함수 형태의 목적함수를 갖는 가계문제의 해에 대해서는 Rutherford(1995)를 참조하기 바람.

3) Fullerton and Rogers(1993)에서도 우리와 비슷하게 축차적으로 고정대체탄력성함수를 이용하여 가계부문의 행태를 모형화하고 있다. 그들의 모형에서는 여가에 관한 구석 해를 고려하고 있지 않다. 또한 복합재, 소비, 여가에 대한 수요함수 도출시 항상 극대화 문제의 해로서 도출하고 있다.

한편 w_j*는 다음 식에 의해 결정된다.

$l_j \leq 1$, $\nu_j \geq 0$, $\nu_j(1-l_j)=0$ (7a)

$w_j^* = w_j h_j + \nu_j$ (7b)

여기서 ν_j는 여가에 대한 상한제약이 유효하게 되는 경우 여가의 기회비용을 조정해주는 조정값에 해당한다.

내부 해 ($l_j < 1$)가 성립하는 경우 w_j*$= w_j h_j$가 되고 위 식 (6)로부터 c_j, l_j를 구할 수 있다. 구석 해 ($l_j = 1$)가 성립하는 경우 위 식 (6)로부터 c_j, w_j*를 구할 수 있다. 그러나 언제 내부 해 혹은 구석 해가 되는지 알 수 없으므로 위 식은 완결된 해가 되지 못한다. 가계문제의 해를 얻으려면 수치적 방법을 사용해야한다.

수치적 방법에서는 초기에 내부 해를 상정하고 $\nu_j = 0$으로 놓고 (6)로부터 c_j, l_j의 값을 구한다. 여기서 w_j*$= w_j h_j$이다. 이때 $l_j < 1$이면 내부 해가 성립한다. 만약 $l_j \geq 1$이면 구석 해가 성립하고 $l_j = 1$로 상정하고 위 식 (6), (7)로부터 c_j, ν_j, w_j*의 값을 구한다. 이러한 방식으로 모든 $j=1,...,T$에 대해 시행하면 새로운 ν_j의 값을 얻는다. 이 새로운 값과 이전 값의 가중 평균값을 새로운 초기 값으로 잡고 앞에서의 절차를 반복한다. 이러한 반복은 이전의 ν_j값과 새로이 개정된 ν_j값의 차이의 절대값이 일정한 값 이하로 작아질 때까지 계속된다.

3. 소비와 소득의 불룩성(hump-shape)과 동행성

3.1 소비의 불룩성

다른 외생변수들의 변화에 대한 소비의 변화를 자세히 살펴보기 위해 (6a)식을 이용하여 소비의 로그 변화를 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{c_{j+1}}{c_j}=\left(\frac{p_{j+1}}{p_j}\right)^{\epsilon-\gamma}\left(\frac{\beta_{j+1}}{d_{j+1}}\frac{d_j}{\beta_j}\right)^{\gamma}=\left(\frac{p_{j+1}}{p_j}\right)^{\epsilon-\gamma}\left(\frac{(1+r)\psi(j+1)}{(1+\rho)\psi(j)}\right)^{\gamma} \tag{8a}$$

$$=\left(\frac{1+\alpha^{\epsilon}w*_{j+1}^{(1-\epsilon)}}{1+\alpha^{\epsilon}w*_{j}^{(1-\epsilon)}}\right)^{\frac{\epsilon-\gamma}{1-\epsilon}}\left(\frac{(1+r)\psi(j+1)}{(1+\rho)\psi(j)}\right)^{\gamma}$$

$$\ln\left(\frac{c_{j+1}}{c_j}\right)=\gamma\ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)+\gamma\ln\left(\frac{\psi(j+1)}{\psi(j)}\right)+\frac{\epsilon-\gamma}{1-\epsilon}\ln\left(\frac{1+\alpha^{\epsilon}w*_{j+1}^{(1-\epsilon)}}{1+\alpha^{\epsilon}w*_{j}^{(1-\epsilon)}}\right) \tag{8b}$$

여기서 $w_j^*=w_jh_j+\nu_j$이다. 따라서 노동생산성 $h=(h_j)$의 나이에 따른 불룩성은 여가의 기회비용 w_j*에 반영되어 여가의 기회비용에 영향을 미친다. 또한 이것이 다시 복합재 가격 p_j에 반영되며 소비재의 상대가격 $\frac{1}{p_j}$에 영향을 미쳐 소비에 영향을 미침을 알 수 있다. 그러므로 소비의 불룩성은 노동생산성의 불룩성으로부터 파생될 수 있으며 그 정도는 소비와 여가 간 대체탄력성과 기간 간 대체탄력성의 차이 즉, $\epsilon-\gamma$의 크기에 의존함을 알 수 있다. 왜냐하면 내부 해에서 소비의 로그 변화의 w_{j+1}^*에 대한 탄력성은 다음과 같기 때문이다.

$$(\epsilon-\gamma)\frac{d\ln p_{j+1}}{d\ln w_{j+1}}=(\epsilon-\gamma)\frac{\alpha^{\epsilon}w_{j+1}^{*(1-\epsilon)}}{1+\alpha^{\epsilon}w_{j+1}^{*(1-\epsilon)}}$$

식 (8b)로부터 우리는 소비의 변화율은 세 항으로 구성됨을 알 수 있다. 첫 번째 항은 소비를 증가시키는 요인으로 작용하고 두 번째 항은 사망확률의 증가에 따라 소비를 감소시키는 요인으로 작용하며 세 번째 항은 노동생산성의 불룩성을 반영하여 소비가 불룩성을 띠도록함을 알 수 있다. 따라서 소비가 불룩성을 가질려면 첫 번째 항목의 비중은 작고 세 번째 항목의 비중이 커야 한다.

기간 간 대체탄력성 γ가 작은 값을 가질 때 첫 번째와 두 번째 항의 비중은 작아지고 세 번째 항의 계수는 커진다. 이는 기간 간 대체탄력성이 낮으면 연령이 증가함에 따라 소비를 증가시키는 경향이 약해지기 때문인 것으로 사료된다.

반면 소비와 여가 간 대체탄력성 ϵ이 커질수록 여가의 기회비용에 대한 소비변화의 탄력성이 커진다. 따라서 불룩성을 띠는 실질임금율의 변화에 더 민감하게 소비가 반응하게 되어 소비가 불룩성을 띠게 된다. 이는 ϵ이 커질수록 실질 임금율 증가에 대응하여 여가를 줄이고 소비를 늘리려는 경향이 강해지기 때문이다.

3.2 소득의 불룩성

먼저 근로소득의 변화를 보기 위해 여가의 변화를 알아 보자.
여가의 로그 변화는 (6b)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$\ln\left(\frac{l_{j+1}}{l_j}\right)=-\epsilon\ln\left(\frac{w^*_{j+1}}{w^*_j}\right)+\gamma\ln\left(\frac{1+r}{1+\rho}\frac{\psi(j+1)}{\psi(j)}\right)+(\epsilon-\gamma)\ln\left(\frac{p_{j+1}}{p_j}\right) \qquad (8c)$$

내부 해에서 여가의 로그 변화의 w^*_{j+1}에 대한 탄력성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}-\epsilon+(\epsilon-\gamma)\frac{d\ln p_{j+1}}{d\ln w_{j+1}} &= -\epsilon+(\epsilon-\gamma)\frac{\alpha^{\epsilon}w^{*(1-\epsilon)}_{j+1}}{1+\alpha^{\epsilon}w^{*(1-\epsilon)}_{j+1}} \\ &= -\epsilon\frac{1}{1+\alpha^{\epsilon}w^{*(1-\epsilon)}_{j+1}}-\gamma\frac{\alpha^{\epsilon}w^{*(1-\epsilon)}_{j+1}}{1+\alpha^{\epsilon}w^{*(1-\epsilon)}_{j+1}}\end{aligned}$$

위 식으로부터 노동생산성을 내포하는 실질임금의 증가는 여가수요의 변화율을 감소시킴을 알 수 있다. 노동생산성의 향상은 실질임금 증가를 통해 노동공급을 증가시키고 이에 따라 근로소득은 크게 증가한다. 노동생산성이 하락하는 생애 후반에는 이와 반대현상이 나타난다. 그러므로 근로소득은 생애기간 동안 불룩성을 띠게 된다.

이자소득도 불룩성을 띤다. 이는 소득의 불룩성과 소비의 불룩성으로 인해 저축이 주로 생애 중반에 이루어지고 생애 초반과 후반에는 저축이 거의 없거나 (-)의 저축이 일어나기 때문이다. 따라서 이자소득은 생애 초-중반부터 발생하기 시작하여 정점에 이르렀다가 후반에는 감소하게 된다. 그러므로 근로소득과 이자소득을 합한 총 소득도 불룩성을 띠게 된다.

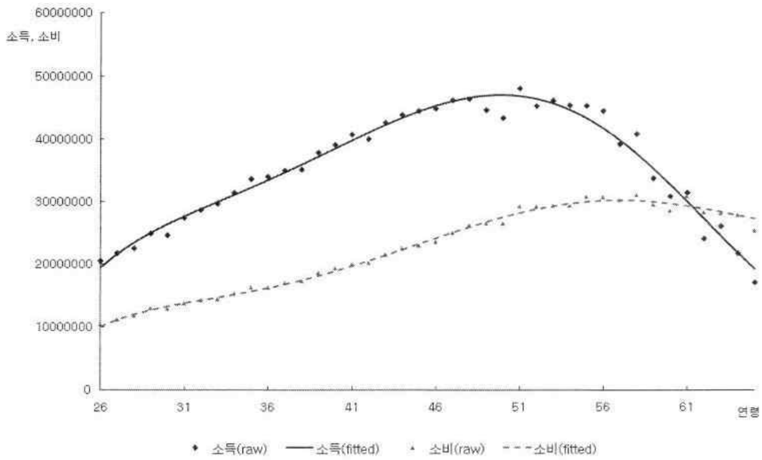
소득이 생애 중반에 커졌다가 후반에 하락하고 소비도 생애 중반에 커졌다가 후반에 하락한다. 그러므로 소득과 소비는 자연스럽게 동행성을 띠게 된다.

4. 모의 실험

4.1 우리나라와 미국에서의 연령별 소득 및 소비 형태

우리나라 가구의 연령별 소득 및 소비 형태는 박명호·전병힐(2009)에서 노동패널 데이터와 가계 조사 자료를 이용하여 추정한 바 있다. 그에 따르면 소득과 소비는 연령에 따라 다음과 같은 형태를 띤다.

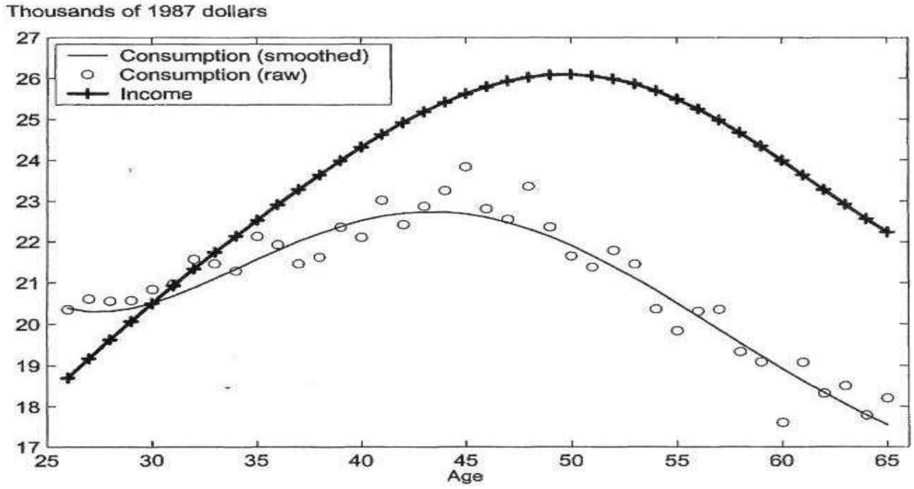
그림 1 연령별 소득과 소비 (2005년 물가 기준, 단위: 원)



자료: 박명호 · 전병힐(2009) p.87.

다음 그림은 미국의 경우를 보여준다. 이로부터 알 수 있듯이 우리나라와 미국의 연령별 소득 소비 패턴은 상이하다. 우리나라의 경우 소득과 소비가 모두 불룩한 형태를 띠지만 소득의 정점이 소비의 정점 보다 앞에 나타나는 반면 미국의 경우는 소득의 정점이 소비의 정점 보다 뒤에 나타난다. 또한 우리나라의 경우 소비의 불룩성이 상대적으로 약하게 나타난다.

그림 2 미국 가계의 연령별 소득과 소비



자료: Gourinchas and Parker(2002)

4.2 연령 별 노동생산성의 추정

본 연구는 20세-80세의 기술진보를 감안하지 않은 연령별 노동생산성 자료를 한국노동패널 데이터를 이용하여 구하였다. 그리하여 다음 회귀식으로 연령별 노동생산성 곡선을 추정하였다. 모형의 피설명변수로서 실질임금은 노동패널의 '월급'을 최종 9차년도 2006년 가격을 기준으로 불변화하여 사용하였다. 전반적인 기술진보에 따른 임금상승분을 제거하기 위하여 불변화는 노동패널 표본내의 평균월급의 상승률을 사용하였다.

$$\ln(y_{i,t}) = \alpha_0 + \alpha_1 g_{i,t} + \alpha_3 g_{i,t}^3 + \alpha_4 edu + \alpha_5 fem$$

추정결과는 다음과 같으며 연령의 제곱항은 t값이 -1.3으로 상대적으로 낮게 나와 제외하였다.

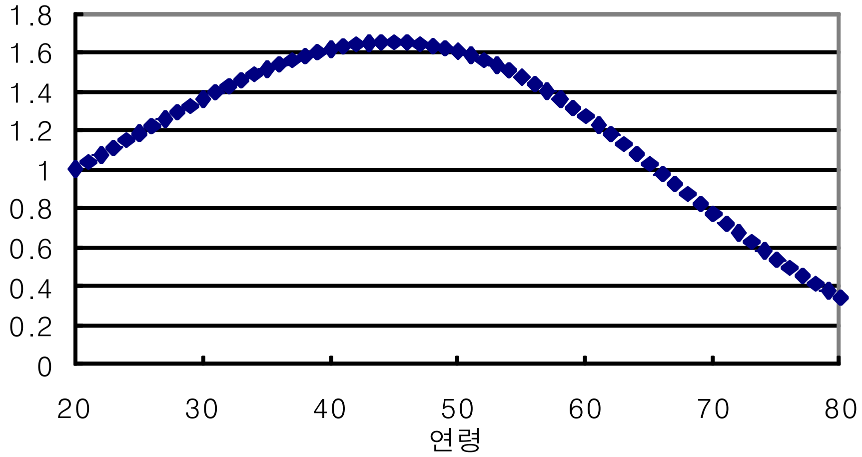
표 1 연령별 노동생산성 회귀식 추정결과

	상수	교육연수	성별	연령	연령^3
추정계수	3.131	0.068	-0.427	0.045	-0.000007
t-값	112.8	72.5	-73.4	53.6	6.7
adj. R^2 = 0.362					

위의 추정된 모형에 교육연수의 평균 값으로 12.4년을 넣고 여성더미변수에 평균값 0.5를 대입하여 계산한 연령별 노동생산성은 다음과 같다. 그림에서 알 수 있듯이 노동생산성은 나이가 들면서 꾸준히 증가하는 추세를 보이다가 47세에 가장 높

아지며 그 이후에는 감소하는 모습을 보인다.

그림 3 연령별 노동생산성 (전반적인 기술진보를 제외한 순수한 노동생산성)



4.3 주요 모수의 설정 및 추정

시뮬레이션을 위해 설정한 주요 모수는 다음 표에 제시되어 있다.

<표 1> 주요 모수의 설정

모수	기호	설정값	Altig et. al. (2001)	Miles (1999)	전영준 (1998)
소비 여가 대체탄력성	ϵ	2.0	0.8	0.8	0.83
기간 간 대체탄력성	γ	0.1(미국) 0.5(한국)	0.25	0.75	0.25
여가의 가중치	α	2	1.00	2.35	1.75*
유산의 가중치	η	1	-	-	-
시간선호율	ρ	0.01	0.004	0.015	0.011
기술진보율	g	0.01(미국) 0.02(한국)	0.01	0.02	0.03
이자율	r	0.04	-	-	-
효율단위 임금율	-	1.00	-	-	-

* 21세 세대는 1.75이며 나머지 세대는 균제상태와 일관성 있게 설정

4.4 모의실험 결과

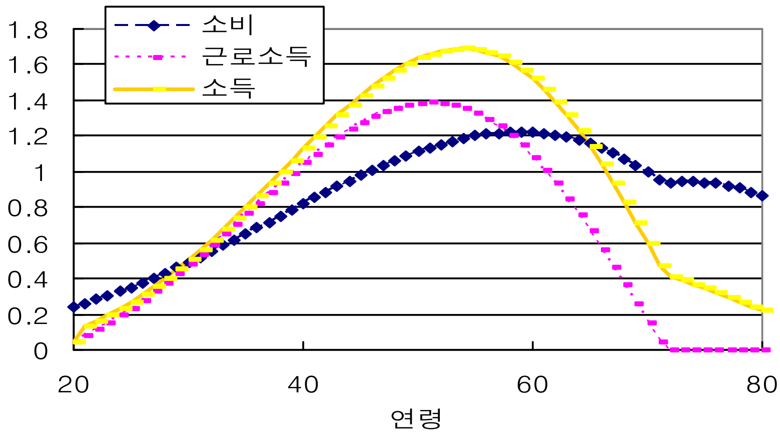
우리는 소비와 여가 간 대체탄력성(ϵ)과 기간 간 대체탄력성(γ)이 다양한 값을 가질

때 소비 및 소득이 어떤 경로를 따르는지 살펴보았다. (사적 보조금은 $s_1 = 1.5, s_k = 0, k \neq 1$을 상정하였으며 그래프 상의 소득 개념에는 사적 보조금은 포함시키지 않았다.)

기간 간 대체탄력성이 0.5이고 소비와 여가 간 대체탄력성은 0.8인 경우에는 소득은 불룩성을 띠지만 소비는 불룩하지 않고 계속 증가한다. 특히 소비는 은퇴 후에 더욱 빠른 속도로 증가하는 것으로 나타난다. 그리고 소비와 여가 간 대체탄력성이 높아지면 소득과 소비는 전반적으로 줄어드는 것으로 나타난다.[4] 소득과 소비의 동행성을 정점기를 기준으로 살펴보면 기간 간 대체탄력성의 값이 작을수록 그리고 소비와 여가 간 대체탄력성이 클수록 동행성이 커진다.

우리나라의 소득 소비 패턴을 설명할 수 있는 대체탄력성의 조합은 기간 간 대체탄력성이 0.5 정도이고 소비와 여가 간 대체탄력성은 2.0 정도인 경우이다. 이 경우 (8b)식에서 첫째 항의 계수가 계속 영향력을 발휘하여 소비가 지속적으로 상승되도록 작용한다. 그렇지만 두 탄력성의 차이가 커 세 번째 항의 영향력으로 인해 소비는 생애 말에 감소세로 돌아서 불룩성을 띠게 된다. 여기서 기술진보율이 매년 2%인 것으로 상정하였다. 생애 초기에 소비가 소득 보다 큰 것은 유동성 제약을 부과하지 않았기 때문이다. 유동성 제약이 부과되면 소비가 소득과 같거나 작아질 것이다.

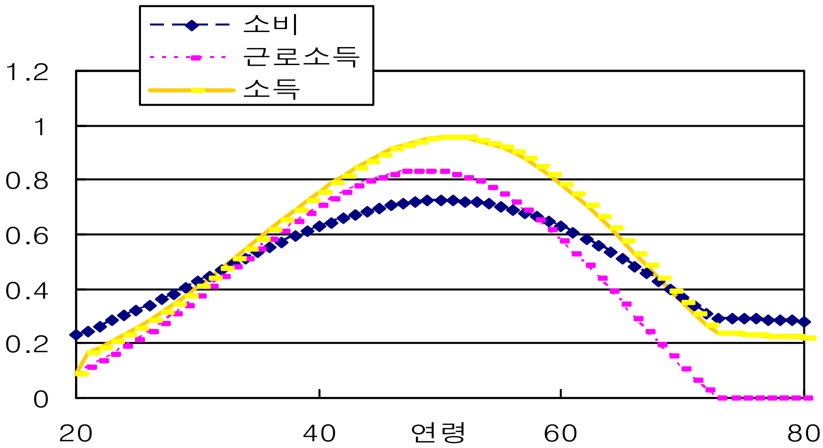
그림 4 연령별 소득과 소비 패턴: $\gamma = 0.5,\ g = 0.02$



4) 소비와 여가 간의 대체탄력성이 커지면 (6)식으로부터 $l = (\alpha/w^*)^{\epsilon} c$ 을 얻는데 α=2로 $2/w^*$가 대체로 1보다 크므로 소비에 비해 여가가 증가하게 된다. 이에 따라 노동공급과 소득수준이 작아지고 소비도 작아지게 된다.

미국의 소득 소비 패턴에서는 소비가 소득 보다 먼저 감소세로 돌아선다. 이를 구현할 수 있는 대체탄력성 조합은 기간 간 대체탄력성이 0.1 이하로 작은 경우이다. 기간 간 대체탄력성이 0.1이고 소비와 여가 간 대체탄력성이 2.0일 때 소비의 정점은 50세에 소득의 정점은 51세에 도달된다. 다음 그림 5는 이를 나타내고 있다. 여기서 기술진보율은 1%인 것으로 상정하였다. 기술진보율이 낮아지면 생애 후반의 노동생산성이 작아져 생애 후반의 소득과 소비가 작아지게 된다.

그림 5 연령별 소득과 소비 패턴: $\gamma = 0.1$, $g = 0.01$



5. 결론

기존의 실증연구에 따르면 가계의 연령별 소비와 소득은 불룩성과 동행성을 나타낸다. 우리나라와 미국의 경우에도 각국의 특성이 있지만 대체로 불룩성과 동행성을 시현하고 있다. 이러한 소득과 소비 패턴은 생애주기 가계 모형에서 상정하는 주요 모수들에 중요한 함의를 갖는다.

본 연구에서는 여가선택과 사망확률, 그리고 유산이 포함된 가계의 최적화 문제를 상정하고, 연령별 소득 소비 패턴과 기간 간 대체탄력성이나 소비와 여가 간 대체탄력성과 같은 주요 모수들 간에 어떤 관계가 있는지 살펴보았다.

그 결과 소비와 여가 간 대체탄력성이 높고 기간 간 대체탄력성이 낮을수록 소비와 소득의 불룩성과 동행성이 현저해짐을 확인할 수 있었다.

우리나라의 연령별 소득 소비 패턴은 소득의 정점연령이 먼저 오고 그 다음에 소비의 정점 연령이 온다. 기간 간 대체탄력성이 높을 때 소비가 나이가 듦에 따라 증가한다. 반면 사망확률의 증가는 나이가 듦에 따라 소비를 감소시키도록 한다. 노동생산성의 불룩성은 소비와 여가 간의 대체탄력성이 높을 때 소비와 소득의 불룩성

을 유도하는 한 요인이 된다. 따라서 생애 중 후반까지 소비가 증가하도록 하려면 기간 간 대체탄력성이 0.5 정도의 높은 값을 가져야 한다.
미국의 경우 소비의 정점연령이 먼저 오고 그 후에 소득의 정점연령이 온다. 이러한 패턴이 모형에서 나타나려면 기간 간 대체탄력성이 0.1 정도로 낮아야 한다.
이렇게 볼 때 우리의 확정적 생애주기 모형에서 기간 간 대체탄력성의 크기는 현실 데이터를 설명하는데 매우 중요한 요인임을 알 수 있다.

■ 참고문헌

전영준, 국민연금 제도개선안의 세대간·세대내 재분배 효과, 1998, 정책연구보고서 98-13, 한국조세연구원

박명호 · 전병힐, 2009, 국민연금개혁과 조세정책의 방향, 한국조세연구원

신성휘 · 최기홍, 2010, 중첩세대 동태 일반균형 모형에 의한 국민연금 재정정책의 세대내, 세대간 후생변화 분석, 경제분석, 16권 2호, 1-46.

Auerbach, A.J., L.J. Kotlikoff, 1987. Dynamic Fiscal Policy. Cambridge University Press, Cambridge.

Barsky, R. B., F. T. Juster, M. S. Kimball, and M. D. Shapiro, 1997, Preference Parameters and Behavioral heterogeneity: An Experimental Approach in the Health and Retirement Study, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 112, No. 2., 537-579.

Brundell, R., M. Browning, and C. Meghir, 1994, Consumer Demand and the Lifecycle Allocation of Household Expenditures, Review of Economic Studies, Vol 61(1), 57-80.

Büler, M., 2001, Neoclassical Life–ycle Consumption: A Textbook Example, Economic Theory, 17(1), 209–21.

Carroll, C. D., 1997, Buffer-stock saving and the lie cycle/permanent income hypothesis, Quarterly Journal of Economics, Vol. 112, No. 1, 1-55.

Cooley, T. and E. Prescott, 1995, Economic Growth and Business Cycles, Frontiers of Business Cycle Researches, (Cooley, T. Ed.), Princeton, Princeton University Press.

De Nardi, M., S. Imrohoroglu, and T. Sargent, 2001, Saving and Pension Reform in General Equilibrium Models, Oxford Review of Economic Policy, Vol. 17, No. 1, 20-39.

Fullerton, D., D. L. Rogers, 1993. Who Bears the Lifetime Tax Burden?, The Brookings Institution, Washington, DC.

Ghez, G.R., G. S. Becker, 1975, The allocation of time and goods over the life cycle. New York: NBER, Columbia University Press.

Gourinchas, P-O and J. A. Parker, 2002, Consumption over the Life Cycle, Econometrica, Vol. 70, No. 1, 47-89.

Heckman, J., 1974, Life cycle consumption and labor supply: an explanation of the relationship between income and consumption over the life cycle, American Economic Review Vol. 64, No. 1, 188-194.

Miles, D., 1999, Modelling the Impact of Demographic Change on the Economy," The

Economic Journal, vol. 109, 1-37.

Nagatani, K., 1972, Life Cycle Saving: Theory and Fact, American Economic Review, Vol. 62, 344-53.

Rutherford, T., 1995, Constant Elasticity of Substitution Functions: Some Hints and Useful Formulae, GAMS/MPSGE manual.

Thurow, L.C., 1969, The optimum lifetime distribution of consumption expenditures, American Economic Review 59(2), 324-330.

Appendix: Gauss program for solving the household problem.

```
scena=8;
/* scenario 1: gama=0.5 rho=0.8 eta=1
            2: gama=0.5 rho=2.0
            3: gama=0.01 rho=0.8
            4: gama=0.01 rho=2.0
            5: gama=0.5 rho=0.8 eta=0
            6: gama=0.5 rho=2.0
            7: gama=0.01 rho=0.8
            8: gama=0.01 rho=2.0              */

s=1; do while s<=scena;
lifespan=61;
load psi[lifespan,1]=d:\pension\code\hp\psi.txt;
@the survival probability vector@
consus=zeros(lifespan,scena); incs=zeros(lifespan,scena); incts=zeros(lifespan,scena);
assets=zeros(lifespan,scena);
asset_initial=zeros(lifespan,1);
alpha=2;
if s<=4; eta=1; else; eta=0;  endif; @eta, weight of bequest@

if s==1 or s==3 or s==5 or s==7; rho=0.8; else; rho=2;endif;
@elasticity of substitution between consumption and leisure@
delta=0.01;
if s==1 or s==2 or s==5 or s==6;gama=0.5; else; gama=0.1; endif;
load h[lifespan,1]=d:\pension\code\hp\h_1_61.txt;
g=0.01; @rate of technological progress@
h=h.*seqm(1,(1+g),lifespan);
eeg=1;@the profile of endowment of time of cohorts@

asset_initialg=asset_initial[1];
wg=ones(lifespan,1);

rg=ones(lifespan,1);
```

```
rg=rg.*0.04;
hg=h;

mug=zeros(lifespan,1);
mu1=ones(lifespan,1);
transferg=zeros(lifespan,1);  transferg[1]=1.5;
/*load  transfer_ratio[lifespan,1]=d:\pension\code\hp\transfer_ratio.txt;
transferg=transfer_ratio*0.24*0.21;*/
j=0;
do  while  maxc(abs(mug-mu1))>0.00000001;
{consu1,  leisu1,  asset1,  inc1,  inct1,  labore1,  mu1,  pt1,beq,xt}
=hp_ak(lifespan,  asset_initialg,  wg,rg,  hg,  eeg,  mug,transferg);
mug=0.9*mug+0.1*mu1;
j=j+1;
endo;  print  j;
consus[.,s]=consu1;  incs[.,s]=inc1;  incts[.,s]=inct1;  assets[.,s]=asset1;
data1=seqa(20,1,lifespan)~consu1~inc1~inct1~asset1~leisu1;
print  data1;
print  beq;
okay=spreadsheetwrite(data1,  "hp_result_201008",  "a3:f63",  s);
s=s+1;  endo;

/***************************************************************************/
/*  Procedure  solving  the  household  optimization  problem  for  the  household*/
/***************************************************************************/
proc  (  10  )=   hp_ak(lifespan,  asset_initialg,  wg,rg,  hg,  eeg,  mug,transferg);
local  k,  timepref,  disctg,  consug,  leisug,  laboreg,  assetg,  assetsg,beq,  inc,  inct,  wstar,  id,
pt,pd,  pu,  xt;

/*  Lifespan  is  the  decision-making  period.  All  the  variables  are  of  the  dimension  equal
to  lifespan*/
/*  wg,  rg,  hg,  eeg  represent  the  cohort  specific  wage  profile,  interest  rate  profile,  human
capital  profile,  and  time  endowment  profile*/
/*  mug  is  the  additional  factor  to  wages  to  make  the  shadow  price  of  leisure.*/
```

```
/*k are the variable used for loop sentence*/
/*timepref is the profile of time preference rate
  discg is the profile of discount rate
  consug is the consumption profile
  leisug is the leisure profile
  laborg is the labor supply profile in efficiency unit*/
/*assetg is the asset profile during the period of lifespan
  assetsg is the asset profile during the period of lifespan+1*/
/*inc is the labor income profile
  inct is the total income profile
  wstar is the profile of shadow price of leisure
  id is the present of value of time endowment
  pt is the price of the composite good xt at t
  q is the price of one unit of utility
  xt is the composite good of commodity and leisure*/

timepref=ones(lifespan,1); k=2;
do while  k<=lifespan;  timepref[k]=timepref[k-1]/(1+delta); k=k+1;
endo;       @  vector of time preference rate  @
timepref=timepref./sumc(timepref);
timepref=timepref.*psi;
 /*normalization of time preference rate so that the sum of which is 1*/
disctg=ones(lifespan,1);  k=2;
do while  k<=lifespan;  disctg[k]=disctg[k-1]/(1+rg[k]);  k=k+1;
endo;       @  vector of discount rate  @

wstar=(hg.*wg)+mug;  @initializing wstar@
/* The maximization of U=(sumt timepref*xt^(1-1/gama))^(1/(1-1/gama)) s.t. sumt
xt*(pt/disct[t])=Id,
Id=asset_initial+sumt eeg.*hg.*wg.*disct, Id is total discounted value of endowment*/
id=asset_initialg*(1+rg[1])+sumc((wstar.*eeg+transferg).*disctg);
/*the base timepoint is the end of period 1. thus we multiply asset_initialg by 1+rg[1]*/
pt=(1+alpha^rho.*wstar^(1-rho))^(1/(1-rho));@the price of the composite good xt@
pd=1;@price of bequest@
```

```
pu=(sumc(timepref^gama.*(pt.*disctg)^(1-gama))+(eta*timepref[lifespan])^gama*(pd*disctg[li
fespan])^(1-gama))^(1/(1-gama));@the price of one unit of utility@
xt=(timepref^gama.*id)./((pt.*disctg)^gama.*pu^(1-gama));
beq=((eta*timepref[lifespan])^gama.*id)./((pd.*disctg[lifespan])^gama.*pu^(1-gama));
consug=pt^rho.*xt;
leisug=(alpha./wstar)^rho.*consug;
mug=substute(mug,leisug.>=eeg,alpha.*((consug./eeg)^(1/rho))-(hg.*wg));
leisug=substute(leisug, leisug.>eeg,eeg);
inc=hg.*wg.*(eeg-leisug) ;
assetg=zeros(lifespan+1,1);
/*Since the asset is measured in the beginning of the period,the number of periods is
lifespan+1, from 20 to 81*/
/*the asset of last period must be 0*/
assetg[1]=asset_initialg;
k=1;
do while k<=(lifespan);
assetg[k+1]=(1+rg[k])*assetg[k]+transferg[k]+inc[k]-consug[k];
k=k+1;
endo;
/*print assetg;*/ /*this is to check if the assetg[62]=0*/
assetsg=trimr(assetg,0,1);
inct=inc+(rg.*assetsg)+transferg;
/*we delete the last row of assetg to make the vector assetsg with dimension of
[lifespan,1]*/
laboreg=hg.*(eeg-leisug);

retp(consug, leisug, assetsg, inc, inct, laboreg, mug,pt,beq, xt);
endp;
```